

$$\frac{Z, d}{b_2} \approx (24) ;$$

$$\frac{2\sigma}{sh\beta} ;$$

$$4.16 (14)$$

$$\pm (2l+1)$$

0; ~~интервал~~

$$\left. \frac{sh\beta}{2 + \beta sh\beta} \right\} +$$

= по логарифму

$$\left(\frac{1}{\sqrt{s}} - \frac{\sqrt{s}}{1} \right)^2 ;$$

$$\frac{d}{d\beta} \left\{ \beta sh\beta \right\}$$

ω ; при $x\sigma_\omega \rightarrow 0$

$$-\int_0^\infty d\beta \ln \beta \frac{d}{d\beta} \left(\frac{2\sigma_{e,0}}{2 + \beta sh\beta} \right)$$

т.е. в обобщенном смысле ^{КЭД} характерные виртуальности

ЛОКАЛЬНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ В ЗАДАЧЕ О ЛЭМБОВСКОМ СДВИГЕ
КОРЕНБЛИТ С. Э.

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ
ПРИ ИРКУТСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

(Поступила в редакцию 17 февраля 1988 г.)

Предложено приближенное описание лэмбовского сдвига в терминах определяемого из первых принципов локального аналитического потенциала. При этом разделение на высоко- и низкочастотный вклады связывается с разделением вкладов различных промежуточных состояний в t -канале. Для логарифма средней энергии возбуждения из состояния с нулевой энергией получено точное выражение, дающее при $l=0$ значение $-2,656$.

ВВЕДЕНИЕ

Важную роль в понимании структуры калибровочных теорий играет описание взаимодействия с длинноволновыми флуктуациями вакуума калибровочного поля [1, 2]. Считается [2], что эффекты этого взаимодействия в принципе не могут быть поглощены в локальный статический потенциал, поскольку пока вакуумные частоты много меньше характерной частоты обращения частицы, усреднение по ним будет полностью «размазывать» потенциальную картину ее движения. В качестве примера обычно приводится низкочастотная часть лэмбовского сдвига в КЭД [2].

Основная цель этой работы — показать, что в указанном примере в случае s -состояний нелокальные эффекты составляют не более 1–2% всего низкочастотного вклада, а их квазиклассический учет позволяет построить эффективный локальный потенциал, дающий известные «логарифмы Бете» [3–5] с 10%-ной точностью для всех значений n, l : $\epsilon_n = -Z^2 Ry/n^2$,

$$\Delta \epsilon_{nl} = \frac{8}{3} (\alpha/\pi) [(Z\alpha)^2/n] |\epsilon_n| (J_{nl}^> + J_{nl}^<), \quad (1)$$

$$J_{nl}^< = \ln(Z^2 Ry/k(n, l)) + \delta_{l,0} \ln(\omega/Z^2 Ry), \quad (2)$$

где M — масса электрона, $\alpha = 1/137$, $\hbar = c = 1$, $Ry = M\alpha^2/2$. В пределе $n \rightarrow \infty$, т. е. для логарифма средней энергии возбуждения из состояния с нулевой энергией, удается получить простое точное выражение (27), величина которого для $l=0$ составляет $J_{\infty 0}^<|_{conv} = -2,656$ в отличие от значения $-2,721$, полученного экстраполяцией с низших n [5]. Качественно столь значительная потенциальность s -волнового низкочастотного вклада связана с наличием сшивки с явно локальной высокочастотной частью [6]. Действительно, матричный элемент скалярного оператора возмущения в импульсном представлении зависит в этой задаче от трех независимых инвариантов:

$$\langle \mathbf{q} | \hat{v} | \mathbf{p} \rangle = v(t; \delta_q, \delta_p), \quad (3)$$

$$t = -(\mathbf{q} - \mathbf{p})^2, \quad \delta_q = b_n^2 + \mathbf{q}^2, \quad \delta_p = b_n^2 + \mathbf{p}^2, \quad b_n^2 = -2M\epsilon_n.$$

Высокочастотная часть возмущения зависит только от передачи импульса t и соответствует локальному потенциалу $v^>(t)$ в координатном пространстве, а все нелокальные эффекты связаны с зависимостью от виртуальностей $\delta_q, \delta_p = M^2 - W_n^2 + \mathbf{p}^2$ в низкочастотной части $v^<(t; \delta_q, \delta_p)$. Ясно, что их гладкая логарифмическая сшивка

$$v^>(t) (\ln M - \ln 2\omega) + v^<(t; \delta_q, \delta_p) (\ln \omega - \ln k(n, 0))$$

оказалась бы невозможной, если бы при вычислении среднего по состояниям $|n0\rangle$ эта нелокальность была сколь-нибудь существенна. Для $l \neq 0$

$$J_{ne} < \equiv -2 \int_{-\infty}^{\infty} d\tau Q_{nl}(\tau) \int dz \partial \left[\xi \left(\frac{z^2}{4} \right) \right] \frac{M \Sigma_d}{bz}$$

$$\tau = (2n$$

$$\xi \left(\frac{z}{4} \right)$$

$$J_{\infty e}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{d\sigma}{\sigma}$$

делая

$$J_{\infty e} =$$

$$+ 2 \int_0^{\infty} \dots$$

$$\frac{d\beta}{\beta} =$$

$$= -\delta$$

$$\otimes \int \xi$$

$$\int_0^{\infty} \dots$$

$$(1) =$$

$$\int_0^{\infty} \dots$$

эти рассуждения теряют силу и приближение $\delta_p = \delta_q = 0$ является слишком грубым, но квазиклассичность высших моментов позволяет в обкладках $|nl\rangle$, подчиняющихся уравнению $\hat{\delta}_p |nl\rangle = (b_{nl}^2 + P^2) |nl\rangle = -2M\hat{V}_c |nl\rangle$, пренебечь некоммутативностью \hat{P}^2 и \hat{V}_c . Тогда в этих обкладках можно заменить $\delta_p, \delta_q \rightarrow -2M\hat{V}_c$, что также приводит к эффективному локальному потенциалу, построенному в разд. 2.

1. Метод вычислений

Традиционные способы расчета радиационных смещений [3-6, 10] не позволяют отделить нелокальные эффекты от локальных. Последние, однако, нетрудно выделить, используя предложенную в [7] новую динамическую схему теории потенциального рассеяния для локальных аналитических потенциалов вида

$$\langle x | \hat{V} | y \rangle = \delta_3(x-y) V(|x|), \quad V(r) = \int_m^{\infty} d\mu \Sigma(\mu) \frac{e^{-\mu r}}{2Mr}, \quad m \geq 0. \quad (4)$$

Для таких потенциалов матричные элементы \hat{T} -оператора допускают спектральное представление по передаче импульса [8]:

$$\langle q | \hat{T}(b^2) | p \rangle = \frac{1}{(2\pi)^2 M} \int_m^{\infty} dv \frac{D(v; -ip, b^2, -iq)}{v^2 - t} + \text{вычитания}, \quad (5)$$

где $p = |p|, q = |q|$.

Вычитания, появляющиеся здесь при энергии $\epsilon = -b^2/2M$, большей энергии основного состояния, и соответствующие наличию связанных или резонансных состояний, не мешают получить из уравнения Липпмана - Швингера (ЛШ) на \hat{T} [8] замкнутое уравнение для спектральной плотности D [9]:

$$D(v; -ip, b^2, -iq) = \Sigma(v) - \int_m^{v-m} d\gamma \Sigma(\gamma) \int_m^{v-\gamma} d\mu \int_0^{\pi} \frac{d\varphi D(\mu; -ip, b^2, -i\kappa(\eta))}{\pi[\kappa^2(\eta) + b^2]}, \quad (6)$$

$$2v^2 \kappa^2(\eta) = v^2(v^2 + q^2 + p^2 - \mu^2 - \gamma^2) + (q^2 - p^2)(\mu^2 - \gamma^2) + \eta[\Delta(v^2, \mu^2, \gamma^2)\Delta(q^2, p^2, -v^2)]^{1/2}, \quad \eta = \cos \varphi, \quad \Delta(x, y, z) = (x+y-z)^2 - 4xy.$$

Следующее нетривиальное наблюдение превращает это уравнение в основу рекламируемой динамической схемы [7]. Обозначив через $\bar{D}(v; \rho, b^2, u)$ аналитическое продолжение спектральной плотности по энергиям обкладок:

$$p = i\rho, \quad q = iu, \quad \kappa(\eta) = i\alpha(\eta), \quad \Delta^{1/2}(q^2, p^2, -v^2) = -\Delta^{1/2}(u^2, \rho^2, v^2), \quad (7)$$

можно показать, что функция Иоста, т. е. детерминант Фредгольма парциального уравнения ЛШ

$$F_l(b) = \prod_{n=1}^{N_l} \left(1 - \frac{b_{nl}^2}{b^2} \right) \exp \left[-\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{dk^2 \eta_l(k)}{k^2 + b^2} \right],$$

нули и фаза которого однозначно определяют энергии связи и фазу рассеяния соответственно [8], выражается через \bar{D} квадратурами:

$$F_l(b) = 1 + \int_{m+b}^{\infty} du (b/u)^l \Phi_l(u, b) / (u^2 - b^2), \quad (8)$$

$$\Phi_l(u, b) = \int_m^{u-b} dv P_l \left[\frac{u^2 + b^2 - v^2}{2ub} \right] \bar{D}(v; b, b^2, u). \quad (9)$$

Для дал
член. Н
указать.

вытекает

где ядро
равенство

для корот

для потенци
Вычисл
описанной

где $\hat{T}^{(1)}$ и
раций (5) -
уравнения

$$F_l^{(2)}(\rho, b)$$

где $H_l^{(1)}(\dots)$
по \hat{v} при
 $\Delta F_l(b) \equiv F_l^{(2)}$
шением

Δ

и в интересу

O_n

Здесь $\sigma(v)$

M 2, 2
b z

т.е. в абелевом случае ^{KZB} характерные виртуальной и

=0 является слишком
позволяет в обкладках
|nl> = -2M\hat{V}_c|nl>, пре-
в обкладках можно за-
ктивному локальному

смещений [3-6, 10] не
льных. Последние, одна-
в [7] новую динамиче-
я локальных аналити-

$$(\mu) \frac{e^{-\mu r}}{2Mr}, \quad m \geq 0. \quad (4)$$

\hat{T}-оператора допускают
а [8]:

$$iq) + \text{вычитания}, \quad (5)$$

ни $\epsilon = -b^2/2M$, большей
наличие связанных или
в уравнения Липпмана -
для спектральной плот-

$$\frac{D(\mu; -ip, b^2, -ix(\eta))}{\pi[\kappa^2(\eta) + b^2]}, \quad (6)$$

$$(x, y, z) = (x+y-z)^2 - 4xy.$$

дает это уравнение в осно-
означив через $\bar{D}(v; \rho, b^2, u)$
относительно по энергиям об-

$$^2) = -\Delta^{1/2}(u^2, \rho^2, v^2), \quad (7)$$

ерминант Фредгольма пар-

$$\left[\frac{dk^2 \eta_i(k)}{k^2 + b^2} \right],$$

энергии связи и фазу рас-
\bar{D} квадратурами:

$$b)/(u^2 - b^2), \quad (8)$$

$$\bar{D}(v; b, b^2, u). \quad (9)$$

Для далекодействующих потенциалов в (8) остается только интегральный член. Не вдаваясь в подробности вывода, приведенные в [7], следует указать, что из уравнения (6), продолженного в область (7) для функции

$$F_l(\rho, b) = 1 + \int_m^\infty dv \int_{v+\rho}^\infty du \left(\frac{\rho}{u}\right)^l P_l \left[\frac{u^2 + \rho^2 - v^2}{2u\rho} \right] \frac{\bar{D}(v; \rho, b^2, u)}{(u^2 - b^2)}, \quad (10)$$

вытекает уравнение Вольтерра

$$F_l(\rho, b) = 1 + \int_{m+\rho}^\infty du (\rho/u)^l K_l(u, \rho) F_l(u, b) / (u^2 - b^2), \quad (11)$$

где ядро $K_l(u, b)$ дается (9) с заменой $\bar{D}(v; \dots) \rightarrow \Sigma(v)$. Круг замыкается равенством

$$F_l(b) = F_l(b, b) \quad (12)$$

для короткодействующих потенциалов с $m > 0$ или соотношением

$$F_l^c(b) = \lim_{\rho \rightarrow b} \frac{\exp(-i\pi a/2)}{\Gamma(a+1)} \left(\frac{\rho-b}{2b}\right)^a F_l^c(\rho, b) \quad (13)$$

для потенциалов с кулоновской асимптотикой $V_c(r) = -Z\alpha/r$, $a = -MZ\alpha/b$. Вычисление сдвигов энергетических уровней основано на применении описанной выше схемы к двухпотенциальному аналогу уравнения ЛШ:

$$\hat{T}^{(2)} - \hat{T}^{(1)} = (1 + \hat{T}^{(1)} \hat{G}_0) \hat{v} (1 + \hat{G}_0 \hat{T}^{(2)}), \quad (14)$$

где $\hat{T}^{(1)}$ и $\hat{T}^{(2)}$ - T-матрицы для \hat{V} и $\hat{V} + \hat{v}$ соответственно. Цепочка операций (5) \rightarrow (7) \rightarrow (10) превращает (14) в соответствующие обобщения уравнения (6), а затем - (11), связывающее $F_l^{(2)}(\rho, b)$ с $F_l^{(1)}(\rho, b)$ [7]:

$$F_l^{(2)}(\rho, b) - F_l^{(1)}(\rho, b) = \int_{m+\rho}^\infty du \left(\frac{\rho}{u}\right)^l \frac{F_l^{(2)}(u, b)}{(u^2 - b^2)} \int_{m_0}^{u-\rho} dv \sigma(v) H_l^{(1)}(v; \rho, b^2, u),$$

где $H_l^{(1)}(\dots)$ выражается только через $\bar{D}^{(1)}(v; \rho, b^2, u)$. В первом порядке по \hat{v} при $\rho \rightarrow b$ оно определяет вариацию функции Иоста $\Delta F_l(b) \equiv F_l^{(2)}(b) - F_l^{(1)}(b)$, из которой сдвиг уровня извлекается соотношением

$$\Delta \epsilon_{nl} = -\Delta F_l(b) \left[\frac{\partial}{\partial \epsilon} F_l(b) \right]^{-1}, \quad b^2 = -2M\epsilon, \quad \epsilon \rightarrow \epsilon_{nl}, \quad (15)$$

и в интересующем нас далее кулоновском случае имеет вид ($b_n = MZ\alpha/n$)

$$\Delta \epsilon_{nl} = \int_{m_0}^\infty dv \sigma(v) O_{nl}(v) / (2M), \quad (16)$$

$$O_{nl}^c(v) = \frac{2b_n^{2l} i^n (-1)^{l+1}}{n(n-l-1)! l!} \int_{b_n}^\infty \frac{d\beta \Phi_l^c(\beta, b_n)}{(\beta^2 - b_n^2)} \int_{\beta+v}^\infty du \left(\frac{b_n}{u}\right)^l \times \\ \times P_l \left[\frac{u^2 + b_n^2 - v^2}{2ub_n} \right] \frac{F_l^c(u, b_n)}{(u^2 - b_n^2)}. \quad (17)$$

Здесь $\sigma(v)$ - спектральная плотность (4) возмущения \hat{v} , а функция

$$J_{ne}^< = -2 \int_{-\infty}^{\infty} d\tau Q_{nl}(\tau) \int dz \partial \left[\xi \left(\frac{z^2}{\dots} \right) \right] \frac{M Z \alpha}{b z}$$

$$\tau = 2n$$

$$\xi \left(\frac{z}{4} \right)$$

$$J_{\infty e}$$

$$\int_0^{\infty} d\alpha$$

делая

$$J_{\infty e} =$$

$$+ 2 \int$$

$$\frac{d\beta}{\beta} =$$

$$= -\delta$$

$$\int \xi$$

$$\int$$

$$\omega$$

$$(1) =$$

$$\int_0^{\infty}$$

$O_{nl}^c(v)$ имеет следующий явный вид:

$$O_{nl}^c(v) = \frac{2b_n}{\tau^2} Q_{nl}(\tau), \quad v = 2b_n \tau, \quad (18)$$

$$Q_{nl}(\tau) = [2n(\tau+1)^{2n}]^{-1} \sum_{j=1}^{n-l} C_{n+l}^{j-1} C_{n-l-1}^{j-1} (\tau^2)^j =$$

$$= \frac{(\tau-1)^{2n} (\tau^2)^{l+1-n}}{2n(n-l-1)!} \left[\frac{d}{dx} \right]^{n-l-1} \left[\frac{1}{x} \left(\frac{x}{1-x} \right)^{n+l+1} \right], \quad x = \frac{1}{\tau^2}.$$

Используя теорему Коши, из последнего выражения можно получить предельное соотношение

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Q_{nl}(\tau) = e^{-\lambda} I_{2l+1}(\lambda) / \lambda, \quad \text{при } \tau = 2n/\lambda, \quad n \rightarrow \infty, \quad (19)$$

где $I_k(z)$ — модифицированная функция Бесселя. Как показано в [7], соотношения (15)–(17) для локальных потенциалов в первом порядке по v эквивалентны обычному среднему $\langle nl | \hat{v} | nl \rangle$, в частности $O_{nl}^c(v) = \langle nl | e^{-vr} / r | nl \rangle$. Так что в этом приближении равенство (16) следует непосредственно из представления (4). Однако формулы типа (8)–(10) имеют место и для нелокальных взаимодействий, обладающих спектральной зависимостью от передачи импульса [7]. Для выделения чисто локальных эффектов их явный вид не понадобится. Для дальнейшего принципиально лишь процедура аналитического продолжения (7), которая будет затрагивать теперь и спектральную плотность возмущения $\text{disc } v^<(t; \delta_q, \delta_p) |_{t=v^2}$.

2. Спектральные плотности и их физический смысл

Предлагаемый метод расчета допускает наглядную физическую интерпретацию в духе швингеровской теории источников [10], если рассматривать взаимодействие с внешним полем как предельный случай некогерентного обмена с его источником и считать, что эффективная многочастичная функция распространения кулоновских «квантов» имеет спектральную плотность, определяемую скачком по передаче импульса от кулоновской T -матрицы (см. (5)):

$$D^c(v; -ip, b^2, -iq) = g \left\{ \delta(v) + \frac{\partial}{\partial v} \left[\xi \left(\frac{w_b}{v^2} \right) \right]^a \right\},$$

$$\xi(y) = \left[1 + \frac{2}{y} \pm \frac{2}{y} \sqrt{1+y} \right]^{\mp 1}, \quad (20)$$

где $w_b = (q^2 + b^2)(p^2 + b^2)/b^2$, $g = -2MZ\alpha$, $a = g/(2b)$ и фиксирована положительная ветвь корня $|\xi(y)| < 1$, $y > 0$. При аналитическом продолжении (7) $y \rightarrow e^{2in}y$; $\xi(e^{2in}y) = [\xi(y)]^{-1}$ при $|y| > 1$, $\xi(e^{2in}y) = e^{2in}\xi(y)$ при $|y| < 1$. Обычно искусственное разделение на низко- и высокочастотную части [5, 6] приобретает тогда ясный физический смысл разделения вкладов различных промежуточных состояний в t -канале: двухэлектронное состояние в вершинной диаграмме рис. 1 (и в поляризации вакуума) соответствует высокочастотной части, а «состояния» внешнего поля (рис. 2) — низкочастотной части сдвига. Вклад двухфермионного промежуточного состояния в диаграммах рис. 2 с $N \geq 2$ содержит жесткие пропагаторы электрона и подавлен по степеням $(Z\alpha)$, а реальное промежуточное состояние с одним кулоновским квантом как на рис. 1, так и на рис. 2 с $N=1$ запрещено условием калибровочной инвариантности. Последнее требование однозначно фиксирует операторную структуру контрчленов перенорми-

200 т.е. кулоновская D^c запоминает "где ее поместим на half shell (или on shell): в области непрерывного или дискретного спектра. В отличие от потенциалов с $m > 0$ у которых нет пал...

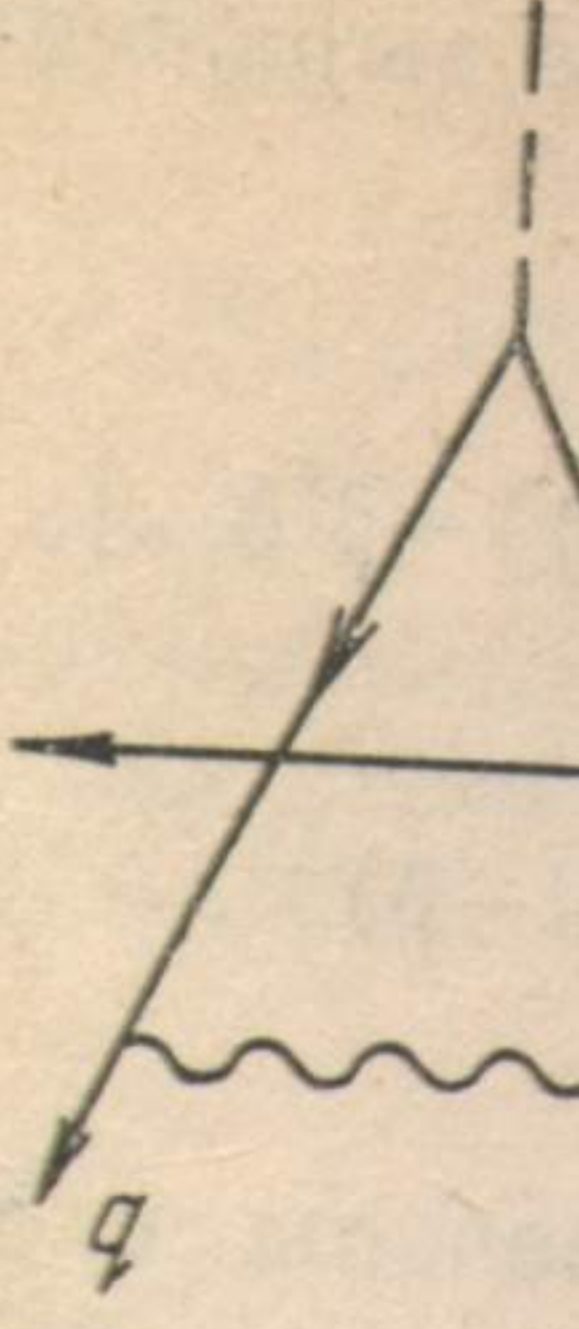


Рис. 1

ровки массы связа

$$\int_0^{\infty} dk_0 \frac{2}{3} \frac{\alpha}{\pi} k_0 \frac{\hat{P}}{M}$$

где частота обреза

$$\hat{G}_V(\epsilon) = -$$

Аналогичный пере

$$v^<(t; \delta_q, \delta_p)$$

Спектральная плотн стандартно и опреде ражением (117.15) и привычный результа зации вакуума и ан величина более высо вкладу потенциал δ_2 предел при $|x|=r$, r^{-1}

Слагаемое с $N=0$ в (автоматически. Вклад ке по t . При обычном ми, не зависящими от ражение (20) и указа ральной плотности di

$$\bar{\sigma}_2^<(v; \delta_q, \delta_p) =$$

где

$$w_2(\delta) = (z + (z + \delta_p) = (b_2^2 +$$

В этой формуле м после чего она предст циала $\bar{\sigma}_2^<(v)$. Подстав

т.е. в абелевом случае $K \rightarrow B$ характерные виртуальной и

это $N=1$ от этого

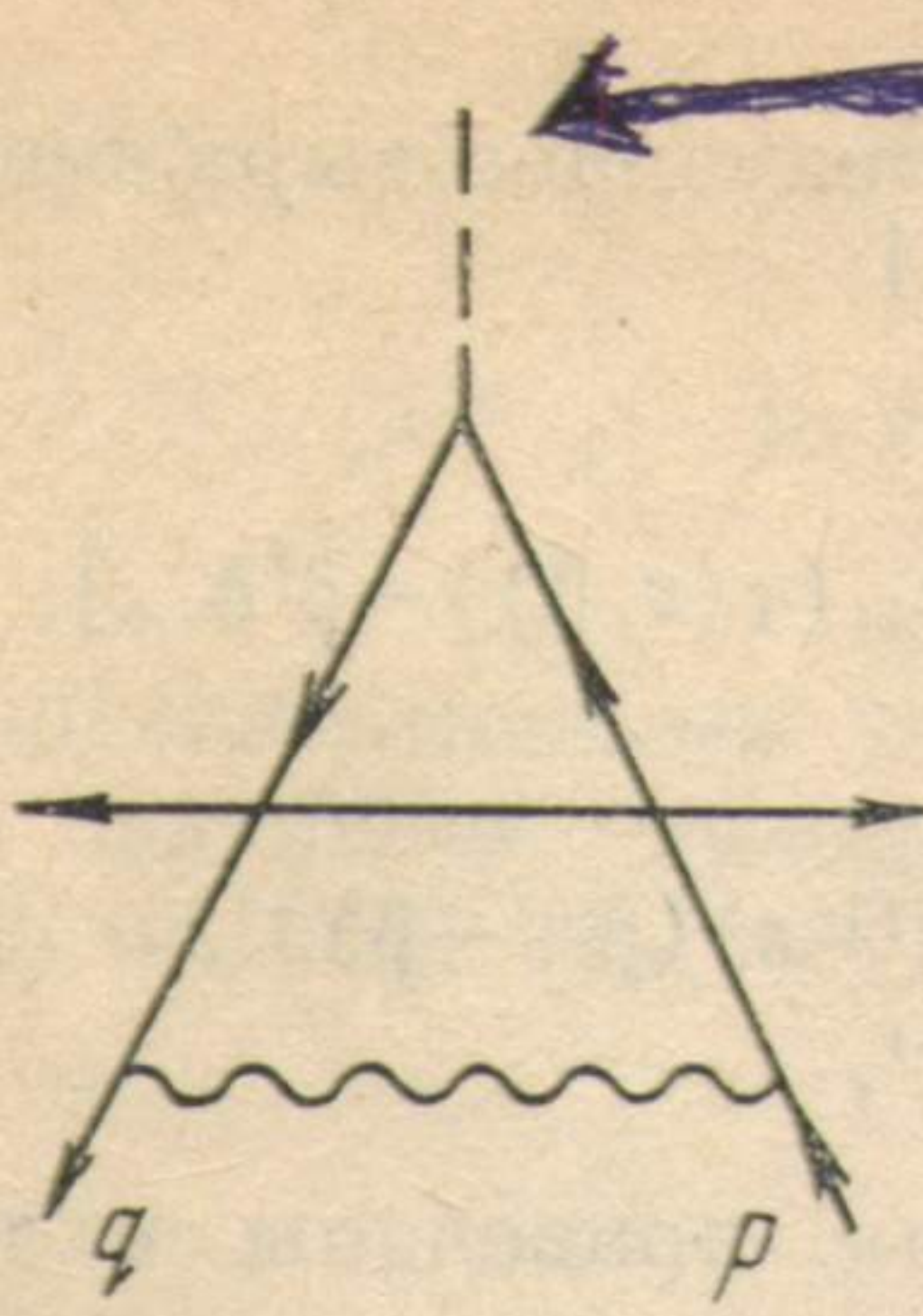


Рис. 1

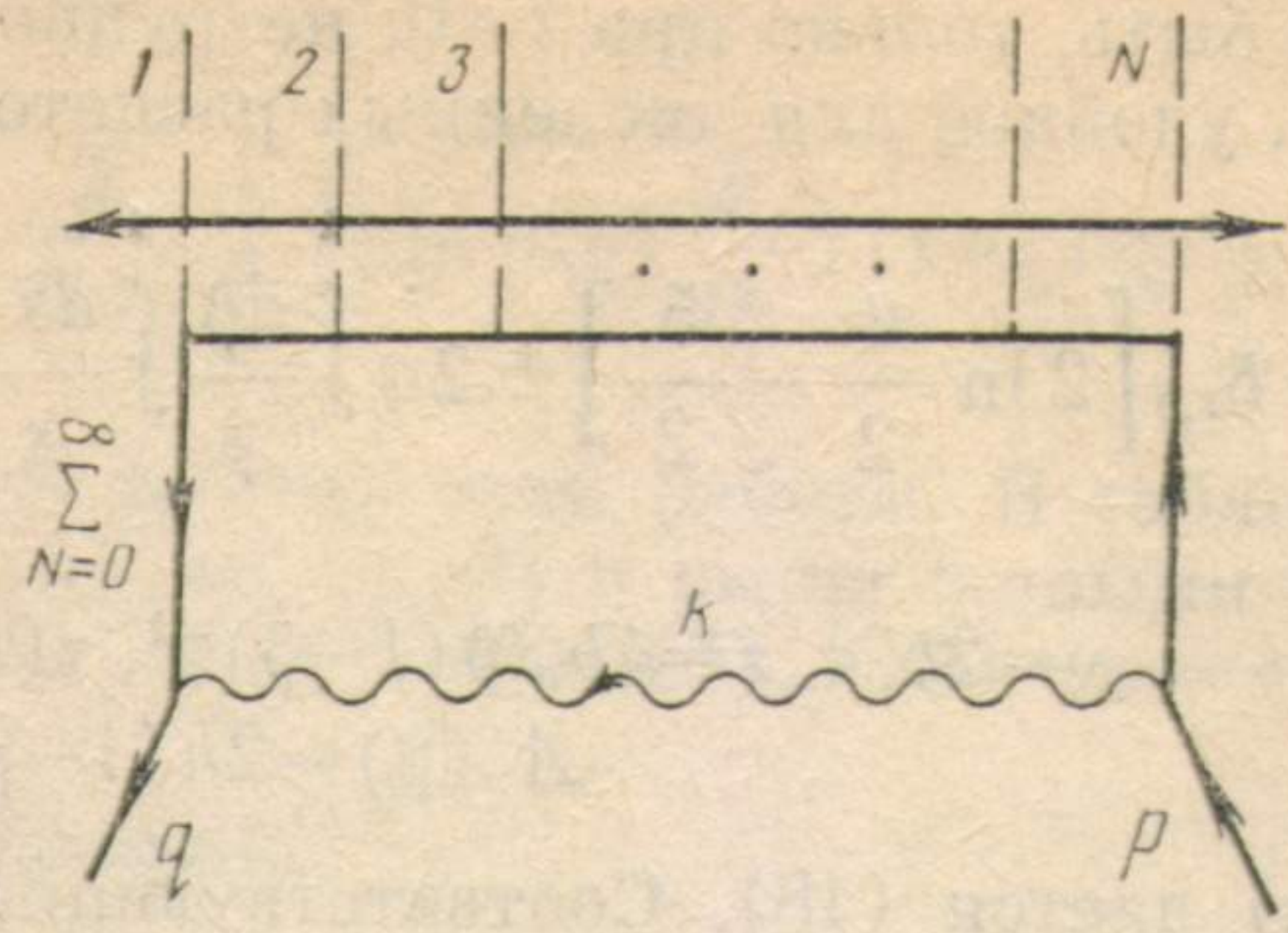


Рис. 2

правки массы связанного электрона для диаграммы рис. 2 ($\hat{v}^< \rightarrow \hat{v}^<_{renorm}$):

$$\int_0^\infty dk_0 \frac{2}{3} \frac{\alpha}{\pi} k_0 \frac{\hat{P}}{M} \hat{G}_{v_c}(\varepsilon - k_0) \frac{\hat{P}}{M} \rightarrow -\frac{1}{2} \int_0^\infty dk_0 \frac{2\alpha}{3\pi} \frac{k_0}{M^2} [\hat{P}, [\hat{P}, \hat{G}_{v_c}(\varepsilon - k_0)]], \quad (21)$$

где частота обрезания $M\alpha^2 \ll \omega \ll M\alpha$, $b^2 = -2M\varepsilon$,

$$\hat{G}_v(\varepsilon) = -2M[\hat{P}^2 + b^2 + 2M\hat{V}]^{-1} = \hat{G}_0(\varepsilon) + \hat{G}_0(\varepsilon) \hat{T}(b^2) \hat{G}_0(\varepsilon).$$

Аналогичный перенормированный оператор возникает в подходе [10] из иных соображений. В импульсном представлении (21) имеет вид ($z = 2Mk_0$, $b_z^2 = b^2 + z$)

$$v^<(t; \delta_q, \delta_p) = \frac{t}{2M^2} \frac{2\alpha}{3\pi} \int_0^{2M\omega} dz z \left[\frac{\langle \mathbf{q} | \hat{T}(b_z^2) | \mathbf{p} \rangle}{(z + \delta_p)(z + \delta_q)} - \frac{\delta_3(\mathbf{p} - \mathbf{q})}{2M(z + \delta_p)} \right]. \quad (22)$$

$t = -(\vec{q} - \vec{p})^2$

Спектральная плотность высокочастотной части (рис. 1) вычисляется стандартно и определяется (с учетом поправки Френча) известным выражением (117.15) из [6] (см. Примечание). Ее подстановка в (16) дает привычный результат [6, 10] $J_{nl} > = \delta_{l,0} [\ln(M/2\omega) + 11/24]$ без учета поляризации вакуума и аномального магнитного момента. Для $l \neq 0$ получается величина более высокого порядка по $(Z\alpha)$. Сопоставляемый обычно этому вкладу потенциал $\delta_3(\mathbf{x})$ эффективно возникает из представления (4) как предел при $|\mathbf{x}| = r$, $r^{-1} \sim b_n \ll m_{\sigma} = 2M \ll \mu$, так как при $\mu \rightarrow \infty$

$$v^>(r) \sim \frac{\mu^2 e^{-\mu r}}{4\pi r} \rightarrow \frac{\delta(r)}{4\pi r^2} \rightarrow \delta_3(\mathbf{x}).$$

Слагаемое с $N=0$ в (22) соответствует свободному электрону и исчезает автоматически. Вклад слагаемого с $N=1$ не зависит от t и исчезает в скачке по t . При обычном способе вычисления он сокращается с аналогичными, не зависящими от t вкладами других диаграмм [11]. Используя выражение (20) и указанные его свойства при продолжении (7), для спектральной плотности $\text{disc } v^<(t; \delta_q, \delta_p) |_{t=v^2}$ можно получить выражение

$$\bar{\sigma}_2^<(v; \delta_q, \delta_p) = \frac{2\alpha}{3\pi} \frac{g}{2M^2} \int_0^{2M\omega} dz z \frac{v^2}{b_z^2 w_z(\delta)} \frac{\partial}{\partial v} \left[\xi \left(\frac{w_z(\delta)}{v^2} \right) \right]^{-a_z}, \quad (23)$$

где

$$w_z(\delta) = (z + \delta_q)(z + \delta_p)/b_z^2, \quad a_z = g/(2b_z), \quad b_z^2 = b^2 + z,$$

$$(z + \delta_p) = (b_z^2 + p^2) \rightarrow (b_z^2 - \rho^2), \quad (z + \delta_q) = (b_z^2 + q^2) \rightarrow (b_z^2 - u^2).$$

В этой формуле можно уже положить $u = \rho = b = b_n$, т.е. $\delta_p = \delta_q = 0$, после чего она представляет спектральную плотность локального потенциала $\bar{\sigma}_2^<(v)$. Подставляя ее в (16) и выделяя $\ln \omega$, имеющийся, как и

$$J_{nl}^< = -2 \int_0^\infty d\tau Q_{nl}(\tau) \left[\frac{d}{dz} \left(\frac{z}{\beta} \right) \right] \frac{M Z \alpha}{b z}$$

$$\tau = (2n) \xi \left(\frac{z}{4} \right)$$

должно быть, только при $l=0$, нетрудно найти следующее выражение для $J_{nl}^<|_{conv}$, удобное для численных расчетов на ЭВМ:

$$\delta_{l,0} \left[2 \ln \frac{n}{2} - \frac{5}{2} \right] + 2n \int_0^1 \frac{d\beta}{\beta} \int_0^1 \frac{ds}{s} s^{A_n(\beta)} [2Q_{nl}(\tau(s, \beta)) - \beta^2 \delta_{l,0}], \quad (24)$$

где $v = 2b_n \tau$, $z = 4b_n^2 \beta (1-\beta)^{-2}$, $\tau(s, \beta) = (s^{-1} - s)(\beta^{-1} - \beta)^{-1}$, $A_n(\beta) = 2n(1-\beta)(1+\beta)^{-1}$,

а $Q_{nl}(\tau)$ дается (18). Соответствующие значения приведены в таблице.

для $-J_{nl}^< _{conv}$									
l	n	[3-6]	$\delta_{p,q}=0$	$\delta_{p,q} = \frac{ g }{r}$	l	n	[3-6]	$\delta_{p,q}=0$	$\delta_{p,q} = \frac{ g }{r}$
0	1	2,984	2,956	3,286	1	3	-0,0382	-0,076	-0,0404
0	2	2,812	2,842	3,063	1	4	-0,0420	-0,076	-0,045
0	3	2,768	2,789	2,961	1	∞	-	-0,076	-0,076
0	4	2,750	2,759	2,902	2	3	-0,0052	-0,0162	-0,0046
0	8	-	2,724	2,798	2	4	-	-0,0160	-0,0058
0	∞	2,721	2,656	2,656	2	∞	-	-0,0160	-0,0160
1	2	-0,0300	-0,077	-0,0330					

Для $l=0$ их отличие от точных [3, 4] не превышает 1%. Описанное во Введении квазиклассическое приближение аккумулируется в следующий эффективный потенциал [7] ($g = -2M Z \alpha$):

$$(2\pi)^2 M \cdot \Omega^<(r) = 2\pi^2 \int_0^\infty dv \bar{\sigma}_2^<(v; \frac{|g|}{r}, \frac{|g|}{r}) \frac{e^{-vr}}{r},$$

который заменой $v = \gamma [1 + |g|(rz)^{-1}]$ приводится к виду

$$(2\pi)^2 M \cdot \Omega^<(r) = 2\pi^2 \int_0^\infty d\gamma \sigma_3^<(\gamma) \frac{e^{-\gamma r}}{r}. \quad (25)$$

Новая спектральная плотность $\sigma_3^<(\gamma)$ отличается от (23) при $\delta_q = \delta_p = 0$ наличием затухающей экспоненты $\exp(-\gamma|g|/z)$, которая, не меняя зависимости при $z \rightarrow \infty$, резко подавляет асимптотику при $\gamma \rightarrow \infty$, обращая в нуль коэффициент при $\ln \omega$ в выражении для s -волнового сдвига. Ясно, однако, что возникшая существенная особенность по передаче импульса $\sim \exp(-\sqrt{t})$ является артефактом сделанного приближения и должна быть устранена. Зафиксировав только в этой экспоненте $\gamma \rightarrow \gamma_n = 2b_n \theta$ и выделяя имеющийся тогда правильный $\ln \omega$, можно получить следующую основу для численных расчетов:

$$J_{nl}^<|_{conv} = \delta_{l,0} \left[\ln \frac{n}{4\theta} - C \right] + 2n \int_0^1 \frac{d\beta}{\beta} \exp(-f_n(\beta)) \int_0^1 \frac{ds}{s} s^{A_n(\beta)} \times [2Q_{nl}(\tau(s, \beta)) - \delta_{l,0}], \quad (26)$$

где $f_n(\beta) = n\theta(1-\beta)^2/\beta$, C — постоянная Эйлера. При $\theta = 1,27$ почти все логарифмы Бете подгоняются с 10%-ной точностью. С точностью 1-2% их можно подогнать, считая θ зависящим от l (но не от $n!$), при этом $\theta_0 \approx 0,5$, $\theta_1 \approx 1,55$, $\theta_2 \approx 1,02$. Стоит отметить, что первая поправка на некоммутативность P^2 и \bar{V}_c является в принципе вычислимой величиной.

При $n \rightarrow \infty$ квазиклассическое приближение становится точным, но, так как $\exp(-\gamma_n|g|/z) \rightarrow 1$, обе спектральные плотности $\bar{\sigma}_2^<(v)$ и $\sigma_3^<(v)$ с учетом (19) дают одно и то же предельное выражение $(\beta(\xi) \text{sh } \beta(\xi)) =$

$$C = \lim_{p \rightarrow \infty} \left(\sum_{n=1}^p \frac{1}{n} - \ln p \right) \approx 0,5772157$$

$$= (1-\xi)^2/\xi$$

$$J_{\infty l}^<|_{conv} =$$

являющееся осн
ведено сравнени
ственно по (24)

Выше показан
 s -электрона с д
куума с хорошей
частью вида (4),
гической подгонк
Предложен од
гии) локального
эффектов в высш
 $\Delta \epsilon_n / \epsilon_n$ кулоновски
ным с обсуждаем
в этом пределе ис
В том же поря
уровней позитрон
Если для тяжелы
лый кварконий бу
можно ожидать, ч
циями глюонного
кальной версией.
для соответствующ

$$\bar{\sigma}_2^<(v; \delta_q, \delta_p) = 2g \int_0^\infty$$

где $a_z = g/(2b_z)$. В

$$R(k_0) =$$

где

Положительность k
мильтониана $\hat{H}_G |k\rangle$
левого случая (23)
вие с сохраняющим
компоненты потенц
посредственно чере
В КХД же соотнош
 $B_\mu(x) = A_\mu^a(x) T^a$,

где $T \exp[...]$ в пр
Во-вторых, перту
ленной характерной
литического продол
бативные флуктуац

Только в этой к
же несут ина, испол

2, d
b z

т.е. в абелевом случае ^{КЭД} характерные виртуальной и

ее выражение для

$$= (1-\xi)^2/\xi$$

$$\beta)) - \beta^2 \delta_{l,0}], \quad (24)$$

$$J_{\infty l}^{<}|_{conv} = \delta_{l,0} [-\ln 2 - C] \cdot 2 + \frac{2}{2l+1} \int_0^1 d\xi \ln \beta(\xi) \frac{d}{d\xi} [(1-\xi)^2 \xi^{2l}], \quad (27)$$

являющееся основным точным результатом этой работы. В таблице приведено сравнение значений $-J_{nl}^{<}|_{conv}$ из [5, 6] с вычисленными соответственно по (24) ($\delta_{p,q}=0$), (26) ($\delta_{p,q}=|g|/r$, $\theta=1,27$), (27) ($n=\infty$).

Выводы

Выше показано, что взаимодействие связанного кулоновским полем s-электрона с длинноволновыми флуктуациями электромагнитного вакуума с хорошей точностью описывается своей локальной потенциальной частью вида (4), определяемой из первых принципов, а не феноменологической подгонкой.

Предложен однозначный способ выделения этого (зависящего от энергии) локального вклада и квазиклассический метод учета нелокальных эффектов в высших угловых моментах. Показано, что относительный сдвиг $\Delta \epsilon_n / \epsilon_n$ кулоновских «нулевых мод» ($n=\infty$) оказывается целиком связанным с обсуждаемым локальным вкладом, так как нелокальные эффекты в этом пределе исчезают. т.е. $\delta_{p,q} = b_n^2 + \bar{p}^2 \sim b_n^2 \sim |\epsilon_n| \sim n^{-2} \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$

В том же порядке по α эти утверждения справедливы для сдвигов уровней позитрония, связанных с водородными простым пересчетом [12]. Если для тяжелых кварков пренебречь силами конфайнмента, то тяжелый кварконий будет во многом похож на позитроний [1, 13]. Тогда можно ожидать, что его взаимодействие с длинноволновыми флуктуациями глюонного вакуума тоже будет хорошо передаваться своей локальной версией. Следуя по пути, проложенному в [2], можно получить для соответствующей спектральной плотности

иведены в таблице.

l	$\delta_{p,q}=0$	$\delta_{p,q}= g /r$
382	-0,076	-0,0404
420	-0,076	-0,045
	-0,076	-0,076
052	-0,0162	-0,0046
	-0,0160	-0,0058
	-0,0160	-0,0160

1%. Описанное во

руруется в следующий

$$\frac{v}{r}$$

ду

$$\sigma_2^{<}(v; \delta_q, \delta_p) = 2g \int_0^\infty dk_0 \frac{R(k_0) v^2}{b_z^2 w_z(\delta)} \frac{\partial}{\partial v} \left[\xi \left(\frac{w_z(\delta)}{v^2} \right) \right]^{a_z}$$

(25)

$$M = \frac{m_Q}{2} \text{ - приведенная масса}$$

$$g = M \alpha_s / 3, \quad z_1 = 2 M k_0 \quad (28)$$

где $a_z = g / (2b_z)$. В калибровке $\hat{A}_0^a(x, t) = 0$ функция $R(k_0)$ имеет вид *

$$R(k_0) = \frac{\alpha_s}{24\pi} (2\pi)^2 \sum_{\lambda\lambda} |\langle 0 | \hat{A}^a(0) | \mathbf{k}, \lambda \rangle|^2 \delta(k_0 - \epsilon_k), \quad (29)$$

где

$$|\langle 0 | \hat{A}^a(0) | \mathbf{k}\lambda \rangle|^2 = (1/\epsilon_k^2) |\langle 0 | \hat{E}^a(0) | \mathbf{k}\lambda \rangle|^2. \quad (30)$$

Положительность k_0 диктуется положительностью спектра глюонного гамильтониана $\hat{H}_G | \mathbf{k}\lambda \rangle = \epsilon_k | \mathbf{k}\lambda \rangle$ [2]. Формулы (28), (29) отличаются от абелевого случая (23) в двух отношениях. Во-первых, в КЭД взаимодействие с сохраняющимся током оставляет в (29) только по две поперечные компоненты потенциала, матричные элементы которых выражаются непосредственно через спектральную плотность фотонного пропагатора [6]. В КХД же соотношение (30) дает связь с нековариантным коррелятором: $B_\mu(x) = A_\mu^a(x) T^a$,

$$\langle 0 | \mathbf{E}_a(t) T \exp \left[ie_s \int_0^t d\tau B_0(\tau) \right] \mathbf{E}_a(0) | 0 \rangle,$$

где $T \exp[...]$ в принятой калибровке обращается в единицу. *

Во-вторых, пертурбативные флуктуации в КЭД, не обладая определенной характерной ненулевой частотой, не меняют результат (23) аналитического продолжения (7) по сравнению со случаем $k_0 \equiv 0$. Непертурбативные флуктуации в КХД имеют характерный масштаб энергий k_0^c

и $\theta=1,27$ почти все лог. С точностью 1-2% их от $n!$, при этом $\theta_0 \approx 0,5$, равна на некоммутативной.

новится точным, но, так и $\delta_2^{<}(v)$ и $\sigma_3^{<}(v)$ с учережение $(\beta(\xi) \text{sh } \beta(\xi) =$

$$\beta)) \int_0^1 \frac{ds}{s} s^{A_n(\beta)} \times$$

(26)

и $\theta=1,27$ почти все лог. С точностью 1-2% их от $n!$, при этом $\theta_0 \approx 0,5$, равна на некоммутативной.

2 157

Только в КЭД калибровка и справедлива гамильтони 203
все пертурбативные, ненулевой частоты в [2]

тсе

z

вырты

ин

>

;

+

+

$m^2) L(v)$

= δ_0

= $\lambda=0$

;

>

$$J_{ne}^{\leftarrow} = -2 \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_{-\infty}^{\infty} dz \partial \left[\frac{1}{z^2} \right] \frac{M Z, d}{bz}$$

(Постоянству)

$$\tau = (2n$$

[14]. Тогда аналитическое продолжение (7) к нулевым виртуальностям при $z^c \gg \delta_{p,q}$ не изменит знак степени $\xi(\omega_z/v^2)$ в (28). Положительный знак g здесь соответствует отталкиванию кварков в октетном состоянии. В итоге различие в поведении (23) и (28) определяется лишь заменой

$$\xi \left(\frac{z}{4} \right)$$

$$R(k_0) \rightarrow \frac{2\alpha}{3\pi_0} \int_{k_0^2}^{\infty} d\mu^2 (k_0^2 - \mu^2)^{1/2} \rho_{(кэд)}(\mu^2) \rightarrow \frac{2\alpha}{3\pi} k_0.$$

Автор благодарен Ю. В. Парфёнову за внимание к работе, Э. В. Шурыку, О. В. Жирову, В. Г. Сербю и особенно В. Л. Черняку за полезные обсуждения и В. А. Наумову за консультации по программированию.

Примечание. Правила Кутковского неприменимы при нековариантном инфракрасном обрезании. Поправка Френча $\ln(2\omega/\lambda) = 5/8$ эквивалентна замене $\ln[(t-4M^2)/\lambda^2] \rightarrow \ln[t/(4\omega^2)]$ в формуле (117.15) из [6], в чем можно убедиться прямым вычислением скачка по передаче импульса от низкочастотной инфракрасно-сингулярной части вершинной диаграммы рис. 1 $\lambda \leq k_0 = (\lambda^2 + k^2)^{1/2} \leq \omega$ (масса фотона $\lambda \ll \omega$) в режиме рассеяния при нерелятивистских скоростях электрона.

Литература

1. Блум Э. Д., Фельдман Г. Д. // УФН. 1983. Т. 139. С. 529. Быков А. А., Дремин И. М., Леонидов А. В. // УФН. 1984. Т. 143. С. 3.
2. Волошин М. В. // ЯФ. 1979. Т. 29. С. 1368. Voloshin M. V. // Nucl. Phys. 1979. V. B154. P. 365.
3. Harriman J. M. // Phys. Rev. 1956. V. 101. P. 594.
4. Liber M. // Phys. Rev. 1968. V. 174. P. 2037.
5. Бете Г., Солпитер Э. Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами. М.: Наука, 1960.
6. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980.
7. Коренблит С. Э. Задача о сдвиге уровней в методе внеэнергетических детерминантов Иоста. Препринт 87-16 ИЯФ СО АН СССР. Новосибирск, 1987.
8. Гольдбергер М., Варсон К. Теория столкновений. М.: Мир, 1967.
9. Fubini S., Strofolini R. Lecture. Trieste. 1962. Theoretical physics. Vienna. Int. Atom. Energy Agency, 1963. P. 365, 379.
10. Швингер Ю. Частицы, источники, поля. М.: Мир, 1976. Т. 2.
11. Remiddi E., Semeria M. Preprint CERN TH 3433, 1982.
12. Fulton T., Martin P. // Phys. Rev. 1954. V. 95. P. 811.
13. Первушин В. Н. и др. Препринт ОИЯИ P2-87-674. Дубна, 1987.
14. Шурык Э. В. Препринт 81-134 ИЯФ СО АН СССР. Новосибирск, 1981.

LOCAL POTENTIAL IN THE LAMB-SHIFT PROBLEM

KORENBLIT S. E.

An approximate description of the Lamb shift in terms of local analytic potentials determined by the first principles is suggested. The connection between the shift separation into high and low frequency parts and t -channel intermediate states is elucidated. Exact expression for the logarithm of the averaged excitation energy from the zero-energy state is obtained, which for $l=0$ gives the value -2.656 .

$$k(\varepsilon) = \sqrt{\varepsilon^2 - \lambda^2}$$

$$\delta \Delta^m(q) \Big|_{\lambda}^{\omega} = \frac{-ie^2}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 k}{(k^2 - \lambda^2)(k^2 - 2(qk))(k^2 - 2(pk))} \delta^m + O(k^m) = \frac{ie^2}{(2\pi)^2} 4(qp) \delta^m \int_{\lambda}^{\omega} g(t);$$

т.к. работает в режиме ЭОМ

$$g_{\lambda}^{\omega}(t) \Rightarrow \frac{i}{2\pi} \int \frac{d^3 k}{2\varepsilon(k)(2(qk) - \lambda^2)(2(pk) - \lambda^2)} \theta(\omega - \varepsilon(k)); \quad \frac{1}{k^2 - \lambda^2} \Rightarrow -2i\pi \delta(k^2 - \lambda^2);$$

$$\varepsilon(k) = \sqrt{\vec{k}^2 + \lambda^2} = k_0;$$

$$k^m = (k_0, \vec{k});$$

$$g_{\lambda}^{\omega}(t) \Rightarrow \frac{i}{204} \int_{\lambda}^{\omega} \frac{d\varepsilon}{k(\varepsilon)} \int \frac{d^2 v^2 [v^2 (v^2 - 4m^2 (\frac{\varepsilon}{k(\varepsilon)})^2)]^{-1/2}}{4m^2 (\frac{\varepsilon}{k(\varepsilon)})^2 (v^2 - t)}$$

$$t = -(\vec{q} - \vec{p})^2$$

т.е. в а
ор, да >
флуктуан
валите
В КТД
и не мек

$$P(k \neq)$$

$$(117.15) u$$

$$\sigma_1^>(v) \equiv 8$$

$$\frac{e A_0(v^2)}{(2\pi)^3}$$

$$L < \vec{u}^{(4)}(\vec{q})$$

$$+ (8m^2 - 3)$$

$$\sigma_1^>(v) \equiv 4$$

$$+ 8m^2 -$$

$$L(v^2) \equiv L$$

$$2 \ln$$

$$\frac{disc |g|}{2i} \Big|_t$$

$$\frac{i\pi}{2t}$$

$\Lambda \Sigma, d$
 $b z$
 ым виртуальностям
 8). Положительный
 октетном состоянии.
 ется лишь заменой
 $\frac{\alpha}{\pi} k_0$
 π

к работе, Э. В. Шу-
 ерняку за полезные
 граммированию.

при нековариантном
 $\Lambda = 5/6$ эквивалентна
 5) из [6], в чем мож-
 аче импульса от низ-
 шинной диаграммы
 киме рассеяния при

ков А. А., Дремин И. М.,
 Nucl. Phys. 1979. V. B154.

м и двумя электронами.
 товая электродинамика.
 энергетических детерми-
 нирован, 1987.
 1967.
 physics. Vienna. Int. Atom.

1987.
 рск, 1981.

PROBLEM

f local analitic potentials
 a between the shift sepa-
 diate states is elucidated.
 n energy from the zero-

$\frac{ie^2}{(2\pi)^2} 4(q\rho) \delta^\mu \int_\lambda^\omega g(t);$
 абоедет в ретиме этом
 $\Rightarrow -2i\pi \delta(k^2 - \lambda^2);$
 $\varepsilon(k) = \sqrt{k^2 + \lambda^2} =$
 $k^\mu = (k_0, \vec{k})$
 $t = -(\vec{q} - \vec{p})^2$

т.е. в абелевом случае \checkmark характерные виртуальности и
 $\delta_p, \delta_q \gg 2Mk_0^c = 0$ - характерные пайот вакуумных

флуктуации поэтому арг $(z + \delta_p) \Rightarrow$ арг δ_p - меняется
 вместе с ним. ($z \approx 2Mk_0$)

В КХД же: $z^c \approx 2Mk_0^c \gg \delta_p, q$ и арг $(z + \delta_p) \Rightarrow$ арг z
 и не меняется при "прокрутке" арг δ_p, q . т.е. характерные вирту-
 альности кварков много меньше

$\rho(k\partial) (M^2) \rightarrow \delta(M^2)$
 характерной пайоты вакуумных
 флуктуации

(117.15) из [6] Дает \rightarrow

$$\sigma_1^>(\nu) \equiv 8m\pi\nu \frac{e A_0(\nu^2)}{(2\pi)^3} \langle \bar{u}^{(+)}(\vec{q}) | \text{disc } \Lambda^0(Q) | u^{(+)}(\vec{p}) \rangle \frac{1}{2i};$$

$$\frac{e A_0(\nu^2)}{(2\pi)^3} = \frac{Z\alpha}{2\pi^2 \nu^2}; \quad t = (q_\mu - p_\mu)^2 \equiv Q_\mu^2 \Rightarrow -(\vec{q} - \vec{p})^2 \Rightarrow \nu^2;$$

$$\frac{1}{2i} \langle \bar{u}^{(+)}(\vec{q}) | \text{disc } \Lambda^{0\mu}(Q) | u^{(+)}(\vec{p}) \rangle \equiv \frac{\alpha \langle \bar{u}^{(+)}(\vec{q}) | \gamma^\mu \{ (t-2m^2) 2L(t) +$$

$$+ [8m^2 - 3t] \} + 2mi \sigma^{\mu\nu} Q_\nu \{ |u_p^{(+)}\rangle \left(1 - \frac{4m^2}{t}\right)^{\frac{1}{2}} = \nu(t);$$

$$\sigma_1^>(\nu) \equiv 8m\pi\nu \frac{Z\alpha}{2\pi^2 \nu^2} \langle \bar{u}^{(+)}(\vec{q}) | \frac{\alpha}{4[\nu^2(\nu^2 - 4m^2)]^{\frac{1}{2}}} \left\{ \gamma^0 [2(\nu^2 - 2m^2)L(\nu^2) + 8m^2 - 3\nu^2] + 2mi \sigma^{0\lambda} Q_\lambda \right\} | u^{(+)}(\vec{p}) \rangle;$$

$$L(\nu^2) \equiv L(t) \equiv \left[\ln \frac{t-4m^2}{\lambda^2} \Big|_{\delta_q = \delta_p = 0}; 2 \ln \left(\frac{t-4m^2}{\delta_0} \right) \Big|_{\delta_p = \delta_q = \delta_0}; \right]$$

$$2 \ln \left(\frac{t-4m^2}{\delta} \right) + \ln \frac{t}{m^2} \Big|_{\substack{\delta_p = \delta \\ \delta_q = 0 \\ \lambda = 0}}; \ln \frac{t}{4\omega^2} \Big|_{\substack{\delta_p, q = \lambda = 0 \\ k_0 \geq \bar{\omega}}}$$

$$\frac{\text{disc}}{2i} \int_{t > 4m^2}^\omega \frac{d\varepsilon \Theta(\varepsilon^2 \nu^2 - \lambda^2)}{\lambda \nu(t) \sqrt{\varepsilon^2 - \lambda^2 / \nu^2}} = \frac{i\pi}{2t\nu(t)} \text{arctch} \left(\frac{\omega \nu}{\lambda} \right) \Rightarrow$$

$$\frac{i\pi}{2t\nu} \left\{ \ln \frac{2\omega}{\lambda} + \ln \nu \right\}; \quad \nu \equiv \nu(t) = \sqrt{1 - \frac{4m^2}{t}}$$

$$J_{ne}^< = -2 \int_0^\infty d\tau Q_{ne}(\tau) \int_0^{2M\omega} \frac{dz}{z} \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\xi \left(\frac{z^2}{4b_n^2 b_z^2 \tau^2} \right) \right] \frac{M Z_1 d}{b_z} \quad (24);$$

$$\tau = (2n/\lambda); \quad z = (g^2/\sigma^2); \quad \sigma_\omega = 2 \left(\frac{Z^2 R y}{\omega} \right)^{1/2}; \quad \lambda = \frac{2\sigma}{sh\beta};$$

$$\xi \left(\frac{z \lambda^2}{4g^2} \right) = \xi \left(\frac{\lambda^2}{4\sigma^2} \right) = e^{-2\beta}; \quad |g| = 2M Z_1 d;$$

$$J_{\infty e} = +2 \int_{\sigma_\omega}^\infty \frac{d\sigma}{\sigma} \int_0^\infty d\beta e^{-\sigma(\beta + \frac{2}{sh\beta})} I_{2l+1} \left(\frac{2\sigma}{sh\beta} \right);$$

BTФ II 7.7.3(16); ТИП 1 4.16(14)

$$\int_0^\infty \frac{d\sigma}{\sigma} e^{-\sigma R} I_{2l+1}(\sigma V) = \frac{1}{(2l+1)} \left[\frac{R}{V} + \sqrt{\left(\frac{R}{V}\right)^2 - 1} \right]^{\pm(2l+1)};$$

делаем $\int_0^\infty d\sigma \int_0^\infty d\beta e^{-\sigma(\beta+x)}$; x - любое число > 0 ; ~~или~~

$$J_{\infty e} = -\delta_{e0} \left\{ \ln \frac{Z^2 R y}{\omega} + 2C_3 + 2 \ln 2x + 2 \int_0^\infty d\beta \left[\frac{1}{\beta+x} - \frac{sh\beta}{2+\beta sh\beta} \right] \right\} +$$

$$+ 2 \int_0^\infty d\beta \left\{ \frac{sh\beta}{2l+1} \left[\xi \left(\frac{4}{\beta sh\beta} \right) \right]^{2l+1} - \frac{\delta_{e0} sh\beta}{2+\beta sh\beta} \right\} = \text{покажем}$$

$$\frac{d\beta}{\beta} = d(\ln \beta); \quad \xi(y) = \left[1 + \frac{2}{y} \pm \frac{2}{y} \sqrt{1+y} \right]^{\mp 1}; \quad \frac{4}{y} = \left(\frac{1}{\sqrt{y}} - \frac{\sqrt{y}}{1} \right)^2;$$

$$= -\delta_{e0} \left[\ln \frac{Z^2 R y}{\omega} + 2C_3 + 2 \ln 2 \right] - \frac{2}{2l+1} \int_0^\infty d\beta \ln \beta \frac{d}{d\beta} \left\{ \beta sh\beta \right\}$$

$$\otimes \left[\xi \left(\frac{4}{\beta sh\beta} \right) \right]^{2l+1} \Bigg\} = (27);$$

$$\int_{\sigma_\omega}^\infty \frac{d\sigma}{\sigma} e^{-\sigma x} = E_1(x\sigma_\omega) \rightarrow -C_3 - \ln(x\sigma_\omega); \quad \text{при } x\sigma_\omega \rightarrow 0$$

$$(1) \Rightarrow -\ln x - \int_0^\infty d\beta \ln \beta \frac{d}{d\beta} \left(\frac{2}{2+\beta sh\beta} \right); \quad (2) \Rightarrow - \int_0^\infty d\beta \ln \beta \frac{d}{d\beta} \left(\frac{2\delta_{e0}}{2+\beta sh\beta} \right)$$

$$= \int_0^\infty d\beta \frac{\ln \beta}{(2l+1)} \frac{d}{d\beta} \left\{ \beta sh\beta \left[\xi \left(\frac{4}{\beta sh\beta} \right) \right]^{2l+1} \right\};$$

ЛОКАЛЬНЫЙ ПОТ

НАУЧНО-ИССЛЕД
ПРИ ИРКЭ
(П

Предложено прибли
ляемого из первых пр
разделение на высоко
дов различных проме
энергии возбуждения
ние, дающее при $l=0$ з

Важную роль в о
описание взаимодейс
либровочного поля
ствия в принципе не
потенциал, поскольку
ной частоты обраще
«размазывать» потен
обычно приводится н
Основная цель эт
случае s -состояний н
го низкочастотного в
строить эффективны
рифмы Бете» [3-5
 $\epsilon_n = -Z^2 R y / n^2$,

где M - масса электр
т. е. для логарифма с
энергией, удается по
торого для $l=0$ соо
-2,721, полученного
значительная потен
зана с наличием спи
Действительно, матри
импульсном представ
инвариантов:

$$t = -(q-p)$$

Высокочастотная час
са t и соответствует
странстве, а все нел
туальностей $\delta_q, \delta_p =$
Ясно, что их гладкая

$$v^>(t) (\ln$$

оказалась бы невозмо
ниям $|n0\rangle$ эта нелок