



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Иркутский государственный университет»
(ФГБОУ ВПО «ИГУ»)



Физический факультет
Кафедра теоретической физики

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Математический анализ

Код дисциплины по учебному плану Б2.Б.1.1

Для студентов направления 011200.62 – «Физика»

г. Иркутск

1. ОРГАНИЗАЦИОННО - МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

Обеспечиваемые компетенции

ПК-1: способность использовать базовые теоретические знания для решения профессиональных задач.

ПК-2: способность применять на практике базовые профессиональные навыки.

ОК-12: способность овладевать основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации, иметь навыки работы с компьютером как средством управления информацией.

ОК-16: способность использовать в познавательной и профессиональной деятельности навыки работы с информацией из различных источников.

ОК-21: способность понимать сущность и значение информации в развитии современного информационного общества, сознавать опасности и угрозы, возникающие в этом процессе, соблюдать основные требования информационной безопасности, в том числе защиты государственной тайны.

Цели курса

Целью курса «математический анализ» является развитие:

- навыков математического мышления;
- привитие навыков использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности;
- математической культуры у обучающихся;

Воспитание у студентов математической культуры включает в себя ясное понимание необходимости математической составляющей в общей подготовке физика, выработку представления о роли и месте математики в современной цивилизации и в мировой культуре, умение логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений

Задачи курса

В состав задач изучения мат. анализа входят:

Изучение основ математики для разработки количественных методов исследования окружающего мира и его преобразования с целью улучшения условий существования человека. Освоение математических приемов и навыков постановки и решения конкретных задач, ориентированных на практическое применение при изучении специальных дисциплин.

Овладение основными математическими методами, необходимыми для анализа процессов и явлений при поиске оптимальных решений, обработки и анализа результатов экспериментов.

Изучение основных математических методов применительно к решению научных задач.

Развитие логического и алгоритмического мышления, умения самостоятельно расширять и углублять математические знания.

Изучение развития математики в связи с научно-техническим прогрессом.

Изучение современных математических методов исследования, основанных на массовом применении компьютерной техники.

Формирование основ научного мышления на примерах творческого пути наиболее выдающихся ученых - математиков, на раскрытие логики и закономерностей того или иного открытия, на анализе возникавших проблем и способов их преодоления и т.п.

Место курса в учебном процессе

Математический анализ является первым математическим курсом, наряду с аналитической геометрией и линейной алгеброй, которые изучаются физиками. Именно в нем закладывается фундамент математического образования физиков, это определяет его важнейшую роль во всей системе образования для данной специальности.

В перечень дисциплин, в которых **будут использованы знания по математическому анализу**, входят практически все курсы и дисциплины, изучаемые на физическом факультете: общая физика, теоретическая механика, теория функций комплексного переменного, теория дифференциальных уравнений, теория вероятности, электродинамика, термодинамика и статфизика, а также большинство дисциплин по специализации.

Требования к уровню освоения содержания дисциплины.

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать основополагающие принципы, понятия и факты анализа; дифференциальное и интегральное исчисления функций одного и нескольких вещественных переменных; основные понятия, формулы, теоремы; методы решения математических задач и уравнений; приложения математических методов к классическим задачам физики;

уметь применять методы и приемы решения задач из различных разделов математики; применять математические методы для решения задач физики; использовать адекватный математический аппарат; выполнять математическую обработку результатов экспериментов; выполнять приближенные вычисления и оценивать их погрешность; использовать методы математического моделирования в практической деятельности; самостоятельно работать с математической литературой.

2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСОВ ПО ТЕМАМ И ВИДАМ РАБОТ

для студентов очного отделения

Общая трудоемкость дисциплины составляет 10 зачетных ед., 368 часов

№	Тема, раздел	Всего часов	Аудиторные занятия			Самостоятельная работа студентов		
			лекции	семина.	лабор.	СРС	КСР	Вид КСР
1	Теория множеств	41	10	12		19		
2	Теория пределов	57	20	15		20	2	Контрольная работа
3	Функции	57	20	15		20	2	Контрольная работа
4	Дифференциальное исчисление	57	20	15		20	2	Контрольная работа
5	Интегральное исчисление	57	20	15		20	2	Контрольная работа
	Экзамен	99						
	ВСЕГО	368	90	72		99	8	

3. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

3.1 Общее содержание

1. Элементы теории множеств, вещественные числа: Множества, операции над множествами, алгебра множеств. Декартово произведение, отношение. Свойства отношений. Отношение порядка, отношение эквивалентности. Отображение. Конечные и бесконечные множества, мощность множества. Числовые системы: натуральные, рациональные числа. Последовательности рациональных чисел, сходимость, критерий Коши. Вещественные числа, представление их дробями.

2. Теория пределов: Последовательность и ее предел. Последовательности вещественных чисел, арифметические операции над последовательностями. Ограниченные, неограниченные, бесконечно малые, бесконечно большие последовательности. Сходящиеся последовательности и их свойства. Монотонные последовательности, теорема о пределе монотонной и ограниченной последовательности, примеры последовательностей с такими свойствами. Предельные точки, верхний и нижний пределы. Открытые и замкнутые множества на оси. Определение предела функции (по Гейне и по Коши). Критерий Коши существования предела функции. Арифметические операции над функциями, имеющими предел. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Два замечательных предела.

3. Непрерывность функций: Понятие непрерывности функции. Арифметические операции с непрерывными функциями. Свойства монотонных функций, непрерывность обратной функции. Свойства элементарных функций. Точки разрыва функций и их классификация. Основные

теоремы о непрерывных функциях. Теорема Больцано-Коши I (прохождение непрерывной функции через нуль). Теорема Больцано - Коши II (прохождение непрерывной функции через любое промежуточное значение). Теорема Вейерштрасса I (ограниченность непрерывной функции на сегменте). Теорема Вейерштрасса II (достижение непрерывной функции своих точных граней). Лемма Бореля Равномерная непрерывность функции, теорема Кантора.

4. Дифференциальное исчисление: Понятие производной. Понятие дифференцируемости функции, дифференцируемость и непрерывность. Понятие дифференциала, геометрический смысл. Дифференцирование сложной и обратной функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления. Возрастание (убывание) функции, локальный экстремум. Теорема Ролля (о нуле производной). Формула конечных приращений (формула Лагранжа). Обобщенная формула конечных приращений (формула Коши). Раскрытие неопределенностей (правила Лопиталя). Формула Тейлора. Исследование графика функций. Отыскание стационарных точек. Выпуклость графика функции. Точки перегиба. Построение графика функции.

5. Неопределенный интеграл: Понятие первообразной функции. Основные методы интегрирования. Интегрирование заменой переменных. Интегрирование по частям. Интегрирование рациональной функции. Интегрирование иррациональных выражений. Понятие первообразной функции. Основные методы интегрирования. Интегрирование заменой переменных. Интегрирование по частям. Интегрирование рациональной функции. Интегрирование иррациональных выражений.

6. Определенный интеграл Римана: Определение интеграла, интегрируемость. Суммы Дарбу и их свойства. Условия интегрируемости, классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла. Теоремы о среднем, оценки интегралов. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница. Несобственные интегралы первого рода. Несобственные интегралы второго рода, понятие главного значения. Признаки сходимости несобственных интегралов. Признак сравнения. Признак Дирихле - Абеля. Геометрические приложения определенного интеграла. Вычисление длины дуги. Вычисление площади плоской фигуры.

7. Функции нескольких переменных: Понятие функций нескольких переменных. n - мерное арифметическое (эвклидово) пространство. Множества точек эвклидова пространства (открытый и замкнутый шары, внутренние и внешние точки, понятие ε -окрестности). Область определения и область значений функции нескольких переменных.

8. Предел функции нескольких переменных: Последовательность точек n -мерного пространства. Теорема Больцано - Вейерштрасса. Понятие предела и повторных пределов. Теорема о равенстве двойного и повторных пределов в случае функции двух переменных.

9. Непрерывность функции нескольких переменных: Определение непрерывности функции нескольких переменных. Основные свойства непрерывных функций многих переменных. Арифметические операции с непрерывными функциями. Непрерывность сложной функции. Теорема об устойчивости знака непрерывной функции. Теорема о прохождении непрерывной функции через любое промежуточное значение. Ограниченность функции, непрерывной на замкнутом ограниченном множестве. Достижение функцией, непрерывной на замкнутом ограниченном множестве своих точных граней. Понятие равномерной непрерывности функции. Теорема Кантора.

10. Производные и дифференциалы функции многих переменных: Понятие частной производной функции нескольких переменных. Дифференцируемость функции многих переменных. Геометрический смысл условия дифференцируемости функции двух переменных. Дифференциал функции многих переменных. Теорема Эйлера об однородных функциях. Инвариантность формы первого дифференциала. Производная по направлению. Градиент. Производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.

11. Формула Тейлора: Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.

12. Локальный экстремум: Понятие экстремума. Необходимые условия. Достаточные условия экстремума. Критерий Сильвестра.

13. Неявные функции: Теорема о существовании и дифференцируемости неявной функции. Понятие зависимости функций. Достаточные условия независимости функций. Функциональные определители и их свойства. Условный экстремум. Метод неопределенных множителей Лагранжа.

14. Двойные и n-кратные интегралы: Определение и условия существования двойного интеграла. Определение двойного интеграла для прямоугольной области. Свойства сумм Дарбу. Определение и условия существования двойного интеграла в случае произвольной области. Основные свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Преобразование элемента площади и якобиан. Тройные и n-кратные интегралы. Замена переменных для n-кратного интеграла. Вычисление объемов n-мерных тел. Кратные несобственные интегралы.

15. Криволинейные и поверхностные интегралы: Криволинейные интегралы. Ориентация пространства. Гладкие и кусочно-гладкие кривые. Криволинейные интегралы первого рода. Геометрическая интерпретация криволинейных интегралов первого рода. Криволинейные интегралы второго рода. Физический смысл криволинейного интеграла второго рода. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути

интегрирования. Поверхностные интегралы. Поверхностные интегралы 1-го рода. Поверхностные интегралы 2-го рода.

16. Интегралы, зависящие от параметра: Равномерное по одной переменной стремление функции двух переменных к пределу по другой переменной. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Свойства интеграла, зависящего от параметра. Случай, когда пределы интегрирования зависят от параметра. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Несобственные интегралы первого рода, зависящие от параметра. Признаки Вейерштрасса и Дирихле-Абеля. Несобственные интегралы второго рода, зависящие от параметра. Применение теории интегралов, зависящих от параметра, к вычислению некоторых несобственных интегралов. Интегралы Эйлера. Интеграл Эйлера первого типа (гамма-функция). Интеграл Эйлера второго типа (бета-функция). Формула Стирлинга.

3.2 Темы семинарских занятий

1. Метод математической индукции.
2. Теория последовательностей.
3. Понятие функции.
4. Предел функций.
5. Непрерывность+обратная+равномерная непрерывность.
6. Производная явной функции.
7. Производные обратной, заданной параметрически и неявной функций.
8. Геометрический смысл производной.
9. Дифференциал функции (инвариантность формы).
10. Производные и дифференциалы высших порядков.
11. Основные теоремы дифференциального исчисления.
12. Возрастание и убывание функции.
13. Направление вогнутости, точки перегиба.
14. Ряд Тейлора. Правило Лопиталя.
15. Формула Тейлора (разложение произвольных функций).
16. Экстремум функции.
17. Построение графиков.
18. Простейшие неопределенные интегралы, подстановки.
19. Интегрирование по частям.
20. Интегрирование простых рациональных функций.
21. Интегрир. рац. функций методом "ряда Тейлора" и Остроградского.
22. Интгрирование иррациональных функций.

23. Интегрирование тригонометрических функций.

24. Интегрирование трансцендентных функций.

3.3 Тематика заданий для самостоятельной работы

1. Декартово произведение, отношение. Свойства отношений.

2. Последовательности рациональных чисел, сходимость, критерий Коши

3. Последовательность и ее предел.

4. Монотонные последовательности, теорема о пределе монотонной и ограниченной последовательности, примеры последовательностей с такими свойствами.

5. Определение предела функции (по Гейне и по Коши).

6. Счетные множества и множества мощности континуум.

7. Понятие непрерывности функции.

8. Теорема Больцано-Коши I и II

9. Теорема Вейерштрасса, I и II

10. Лемма Бореля

11. Понятие дифференциала, геометрический смысл.

12. Дифференцирование сложной и обратной функций.

13. Производные и дифференциалы высших порядков.

14. Возрастание (убывание) функции, локальный экстремум.

15. Формула конечных приращений (формула Лагранжа).

16. Раскрытие неопределенностей (правила Лопиталя).

17. Понятие первообразной функции.

18. Интегрирование заменой переменных.

19. Интегрирование рациональных выражений.

20. Интегрирование иррациональных выражений.

21. Интегрирование тригонометрических выражений.

3.4 Примерный список вопросов к экзамену

1 семестр

1. Декартово произведение, отношение. Свойства отношений.

2. Последовательности рациональных чисел, сходимость, критерий Коши

3. Последовательность и ее предел.

4. Монотонные последовательности, теорема о пределе монотонной и ограниченной последовательности, примеры последовательностей с такими свойствами.

5. Определение предела функции (по Гейне и по Коши).

6. Счетные множества и множества мощности континуум.

7. Понятие непрерывности функции.
8. Теорема Больцано-Коши I и II
9. Теорема Вейерштрасса, I и II
10. Лемма Бореля
11. Понятие дифференциала, геометрический смысл.
12. Дифференцирование сложной и обратной функций.
13. Производные и дифференциалы высших порядков.
14. Возрастание (убывание) функции, локальный экстремум.
15. Формула конечных приращений (формула Лагранжа).
16. Раскрытие неопределенностей (правила Лопиталья).
17. Понятие первообразной функции.
18. Интегрирование заменой переменных.
19. Интегрирование рациональных выражений.
20. Интегрирование иррациональных выражений.
21. Интегрирование тригонометрических выражений.
22. Определение интеграла, интегрируемость.
23. Суммы Дарбу и их свойства.
24. Условия интегрируемости, классы интегрируемых функций.
25. Свойства определенного интеграла.
26. Теоремы о среднем, оценки интегралов.
27. Определенный интеграл как функция верхнего предела.
28. Формула Ньютона-Лейбница.
29. Несобственные интегралы первого рода.
30. Несобственные интегралы второго рода, понятие главного значения.
31. Признаки сходимости несобственных интегралов.
32. Признак сравнения.
33. Признак Дирихле-Абеля.
34. Геометрические приложения определенного интеграла.
35. Вычисление длины дуги.
36. Вычисление площади.

2-ой семестр

1. Понятие функций нескольких переменных.
2. n - мерное арифметическое (эвклидово) пространство.
3. Множества точек эвклидова пространства (открытый и замкнутый шары, внутренние и внешние точки, понятие ε -окрестности).

4. Область определения и область значений функции нескольких переменных.
5. Предел функции нескольких переменных.
6. Последовательность точек n -мерного пространства.
7. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
8. Понятие предела и повторных пределов.
9. Теорема о равенстве двойного и повторных пределов в случае функции двух переменных.
10. Непрерывность функции нескольких переменных.
11. Основные свойства непрерывных функций многих переменных.
12. Арифметические операции с непрерывными функциями.
13. Непрерывность сложной функции.
14. Теорема об устойчивости знака непрерывной функции.
15. Теорема о прохождении непрерывной функции через любое промежуточное значение.
16. Ограниченность функции, непрерывной на замкнутом ограниченном множестве.
17. Достижение функцией, непрерывной на замкнутом ограниченном множестве своих точных граней.
18. Понятие равномерной непрерывности функции. Теорема Кантора.
19. Производные и дифференциалы функции многих переменных.
20. Понятие частной производной функции нескольких переменных.
21. Дифференцируемость функции многих переменных.
22. Геометрический смысл условия дифференцируемости функции двух переменных.
23. Дифференциал функции многих переменных.
24. Теорема Эйлера об однородных функциях.
25. Инвариантность формы первого дифференциала.
26. Производная по направлению. Градиент.
27. Производные и дифференциалы высших порядков.
28. Теорема о равенстве смешанных производных.
29. Формула Тейлора.
30. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
31. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
32. Локальный экстремум.
33. Понятие экстремума. Необходимые условия.
34. Достаточные условия экстремума. Критерий Сильвестра.
35. Неявные функции.
36. Теорема о существовании и дифференцируемости неявной функции.
37. Понятие зависимости функций. Достаточные условия независимости функций.

38. Функциональные определители и их свойства.
39. Условный экстремум. Метод неопределенных множителей Лагранжа.
40. Определение и условия существования двойного интеграла.
41. Определение двойного интеграла для прямоугольной области. Свойства сумм Дарбу.
42. Определение и условия существования двойного интеграла в произвольной области.
43. Основные свойства двойного интеграла.
44. Сведение двойного интеграла к повторному.
45. Замена переменных в двойном интеграле. Преобразование элемента площади и якобиан.
46. Тройные и n -кратные интегралы.
47. Замена переменных для n -кратного интеграла.
48. Вычисление объемов n -мерных тел.
49. Кратные несобственные интегралы.
50. Ориентация пространства.
51. Гладкие и кусочно-гладкие кривые.
52. Криволинейные интегралы первого рода.
53. Геометрическая интерпретация криволинейных интегралов первого рода.
54. Криволинейные интегралы второго рода.
55. Физический смысл криволинейного интеграла второго рода.
56. Формула Грина.
57. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.
58. Поверхностные интегралы первого рода.
59. Поверхностные интегралы второго рода.
60. Равномерное по одной переменной стремление функции двух переменных к пределу по другой переменной.
61. Свойства интеграла, зависящего от параметра.
62. Случай, когда пределы интегрирования зависят от параметра.
63. Несобственные интегралы, зависящие от параметра.
64. Несобственные интегралы первого рода, зависящие от параметра. Признаки Вейерштрасса и Дирихле-Абеля.
65. Несобственные интегралы второго рода, зависящие от параметра.
66. Применение теории интегралов, зависящих от параметра, к вычислению некоторых несобственных интегралов.
67. Интеграл Эйлера первого типа (бета - функция).
68. Интеграл Эйлера второго типа (гамма - функция).
69. Формула Стирлинга.

4. ФОРМЫ ПРОМЕЖУТОЧНОГО И ИТОГОВОГО КОНТРОЛЯ

Форма промежуточного контроля – контрольные карточные работы.

Форма итогового контроля – экзамен.

Время, условия проведения и система оценок при итоговом контроле соответствуют стандартным рамкам проведения сессии на физическом факультете ФГБОУ ВПО “ИГУ”.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КУРСА

Интернет-источники: сайт университета www.isu.ru, электронная библиотека elibrary.ru.

Оборудование: аудитория с мультимедийным оборудованием.

Материалы: учебно-методические пособия, тестовые задания, контрольные задания для аудиторной и самостоятельной работы студентов.

ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. А.М. Тер-Крикоров Курс математического анализа. – М.: Физматлит, 2003.
2. Г.М. Фихтенгольц Курс диф-го и интегрального исчисления, т.1. М.: Физматлит, 2006.
3. Г.М. Фихтенгольц Курс диф-го и интегрального исчисления, тт.2,3. М., 1969.
3. Б.П. Демидович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: ООО «Издательство Астрель», 2005.

Дополнительная:

1. Г.Е.Шилов Математический анализ. Функции одного переменного. М.: Наука, 1969.
2. У. Рудин Основы математического анализа. М.: Мир, 1966.
3. И.П. Макаров Дополнительные главы математического анализа. М.: Просвещение, 1968.
4. Л.Д.Кудрявцев Краткий курс математического анализа. М.:Наука, 1989.
5. В.И.Смирнов Курс высшей математики, т 1. М.: Наука, 1974.
6. В.А.Ильин, В.А.Садовничий, Б.Х.Сендов Математический анализ, тт.1,2.Наука,1979.

ЛИСТ ОБНОВЛЕНИЯ

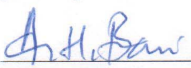
Дата	Внесенные обновления	Подпись автора	Подпись зав. кафедрой

Программу составил Ильин Николай Викторович, кандидат
физико-математических наук,
доцент кафедры теоретической физики


подпись

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры теоретической физики

дата 30.08.2011, протокол n 1

 Валл А.Н.
подпись зав. кафедрой

Согласовано: председатель УМК


Карнаков В.А.