

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

МОСКВА

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ

МЕЗОННЫЙ КАСКАД В АТМОСФЕРЕ, НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ
РАСЧЕТА ПОТОКОВ МЮОНОВ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ
И ДАННЫЕ ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

© 2007 г. А. А. Кочанов*, Т. С. Синеговская, С. И. Синеговский**

Иркутский государственный университет, Россия

Поступила в редакцию 25.12.2006 г.; после доработки 17.04.2007 г.

Выполнен новый расчет потоков адронов и мюонов космических лучей в атмосфере в интервале энергий $10-10^4$ ГэВ на основе метода решения уравнений ядерного каскада, учитывающего нескейлинговое поведение инклюзивных сечений рождения адронов, рост с энергией неупругих сечений адрон-ядерных соударений, нестепенной характер первичного спектра. Потоки вторичных космических лучей на разных уровнях атмосферы рассчитаны для трех моделей спектра и состава первичных космических лучей. Исследовано влияние неопределенностей спектра и состава первичных космических лучей на поток и зарядовое отношение атмосферных мюонов на уровне моря. Приведено сравнение рассчитанных энергетических спектров мюонов на уровне моря с результатами прошлых экспериментов и недавними измерениями, выполненными на установках L3 + Cosmic и CosmoALEPH, а также с результатами других расчетов.

PACS: 13.85.Tr, 95.85.Ry, 96.50.Sb

1. ВВЕДЕНИЕ

Сопоставление расчета спектров и зенитно-угловых распределений атмосферных мюонов с измерениями дает возможность решать два типа задач: а) исследовать адрон-ядерные взаимодействия при известном энергетическом спектре и составе первичных космических лучей (ПКЛ); б) косвенно изучать характеристики ПКЛ при заданной модели рождения адронов. Расчеты потоков атмосферных мюонов претерпели за последние годы значительные изменения, и связано это, может быть, не столько с уточнением моделей адронных взаимодействий, сколько с новыми прямыми измерениями спектра и состава ПКЛ. Несмотря на интенсивное развитие численных методов решения уравнений переноса частиц космических лучей в атмосфере, создание новых кодов расчета по методу Монте-Карло и унификацию, в определенном смысле, технологии расчетов, сохраняются заметные различия предсказаний потока атмосферных мюонов, даже при использовании одного и того же кода.

В настоящей работе выполнен новый расчет потоков адронов и вертикальных потоков мюонов на разных уровнях атмосферы в интервале энергий $10-10^4$ ГэВ, в котором в качестве входных данных использовалось несколько параметризаций спектра и состава ПКЛ [1–3]. Расчет основан

на методе, первоначально разработанном для задач переноса нейтрино в веществе [4], а затем модифицированном применительно к переносу нуклонной компоненты космических лучей в атмосфере Земли [5]. Метод позволяет численно решать уравнения ядерного каскада для произвольного первичного спектра и самого общего вида сечений рождения адронов. Здесь представлен следующий шаг в развитии метода — приближенное решение уравнений нуклон-мезонного каскада (см. [6]), на основе которого рассчитаны потоки вторичных космических лучей (адронов и мюонов). Численные результаты получены с использованием известной параметризации Кимеля–Мохова (КМ) [7, 8] (см. также [9, 10]) инклюзивных сечений рождения адронов.

Ниже будет приведено сравнение с расчетами только последних лет. В остальных случаях мы отсылаем читателя к оригинальным работам [9, 11–14] и к обзорам [10, 15, 16], в которых приведены экспериментальные данные, сопоставлены расчеты разных авторов и дана более полная библиография. Сравнение результатов расчета с недавними прямыми измерениями атмосферных мюонов высоких энергий [17–20] и сопоставление с результатами расчетов других авторов позволяет соотнести неопределенности, вносимые первичным спектром и сечениями рождения частиц в адрон-ядерных соударениях.

*E-mail: kochanov@api.isu.ru

**E-mail: sinegovsky@api.isu.ru

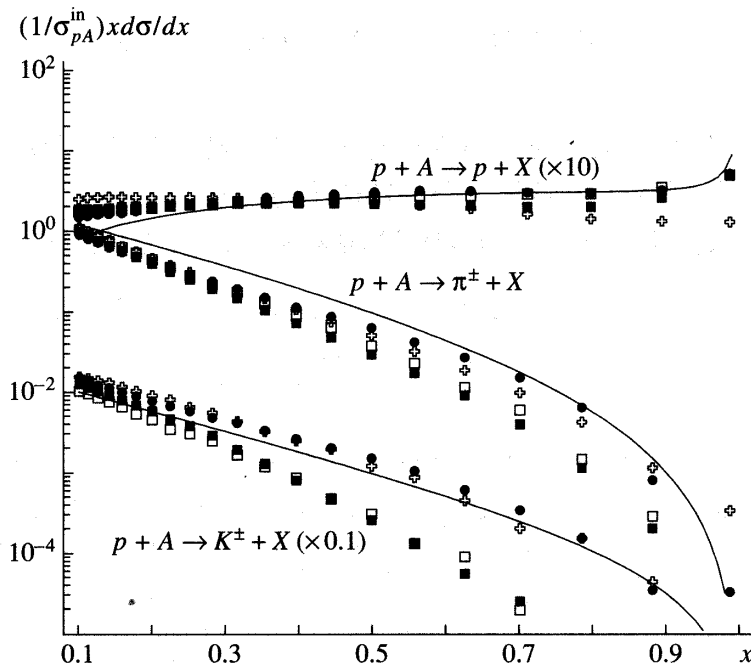


Рис. 1. Инклюзивные спектры рождения вторичных частиц в pA -взаимодействиях в воздухе, рассчитанные в разных моделях для $E_0 = 10$ ТэВ. Сплошные кривые — модель КМ, символы — результаты моделей QGSJET 01 (■), SIBYLL 2.1 (●), NeXus 3.97 (◆), QGSJET II (□), взятые из работы [27].

2. СЕЧЕНИЯ АДРОН-ЯДЕРНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Прямые измерения инклюзивных сечений рождения вторичных нуклонов и мезонов на ускорителях ограничены энергиями порядка 1 ТэВ. Следовательно, расчеты в области высоких и сверхвысоких энергий требуют либо обоснованной процедуры экстраполяции сечений, измеренных при энергиях порядка десятков—сотен ГэВ, либо построения теоретических и феноменологических моделей адронных процессов, которые позволили бы использовать формулы при высоких и очень высоких энергиях. В настоящей работе за основу были взяты полуэмпирические формулы Кимеля и Мохова [7, 8], значения параметров которых были получены авторами из сравнения с данными экспериментов на ускорителях по взаимодействиям нуклонов и мезонов с протонами и ядрами при энергии (в л.с.) налетающей частицы $5 < E_0 < 1500$ ГэВ и импульсах вторичной частицы $p > 0.5$ ГэВ/с. В расчете использовались значения параметров с небольшими модификациями (см. [5, 8, 10], где представлено детальное сравнение параметризации с экспериментом). Экстраполяция этих сечений на область более высоких энергий ($E_0 > 10$ ТэВ) оправдана в предположении слабого нарушения фейнмановского скейлинга в области фрагментации налетающей частицы ($x \gtrsim 0.2$) при столкновениях с ядрами. Нарушение скейлинга при

высоких энергиях в центральной области ($x \sim 0$), из которого и набирается рост полных неупругих сечений с ростом энергии, не может заметно повлиять на численные результаты, поскольку вклад малых x в потоки вторичных адронов пренебрежимо мал в силу быстро убывающего с энергией первичного спектра.

Для области высоких энергий к настоящему времени разработано несколько моделей адронных взаимодействий — QGSJET 01 [21], SIBYLL 2.1 [22], NeXus 3.97 [23], QGSJET II [24] и др., которые успешно применяются в современных кодах CORSIKA [25], CONEX [26] для расчетов ШАЛ. В качестве теста применимости параметризации КМ при высоких энергиях приведем результаты ее сравнения с перечисленными моделями. На рис. 1 показаны инклюзивные спектры рождения протонов, π^\pm - и K^\pm -мезонов в pA -соударениях в воздухе, рассчитанные для энергии протона 10 ТэВ (символы — спектры перечисленных выше моделей, взятые из работы [27], сплошные кривые — настоящий расчет). Как видим, параметризация КМ, построенная на ускорительных данных, полученная при энергиях до ~ 1 ТэВ, не противоречит по форме и абсолютной величине моделям адронных взаимодействий при высоких и очень высоких энергиях: сечения КМ неплохо согласуются с моделью SIBYLL — для протонов и мезонов, с моделью NeXus — для мезонов, с моделями QGSJET 01 и QGSJET II — для протонов.

3. УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА МЕЗОНОВ

Ограничимся здесь рассмотрением лишь мезонной части атмосферного адронного каскада, поскольку нуклонная компонента в рамках данного метода была исследована в работе [5]. Для области высоких энергий ($E \gtrsim 10$ ГэВ) оправданным является пренебрежение эффектами трехмерности каскада (в силу малости среднего поперечного импульса адрона), электромагнитными потерями энергии нуклонов и мезонов и влиянием геомагнитного поля. Предполагается, что справедливо стандартное приближение суперпозиции для ядерных столкновений, поскольку ядра космических лучей высоких энергий имеют небольшие пробеги и фрагментируют в верхних слоях атмосферы. Мезонная часть каскада отделяется от нуклонной, если пренебречь малым вкладом процессов рождения $N\bar{N}$ -пар в мезон-ядерных взаимодействиях.

Систему уравнений переноса пионов с учетом процессов их регенерации и неупругой перезарядки в рамках данной модели можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi^\pm(E, h, \vartheta)}{\partial h} = & -\frac{\pi^\pm(E, h, \vartheta)}{\lambda_\pi(E)} - \quad (1) \\ & -\frac{m_\pi \pi^\pm(E, h, \vartheta)}{p\tau_\pi \rho(h, \vartheta)} + \sum_i G_{i\pi^\pm}^{\text{int}}(E, h, \vartheta) + \\ & + \sum_K G_{K\pi^\pm}^{\text{dec}}(E, h, \vartheta) + \frac{1}{\lambda_\pi(E)} \int_{E_{\pi\pi}^{\text{min}}}^\infty \frac{1}{\sigma_{\pi A}^{\text{in}}(E)} \times \\ & \times \frac{d\sigma_{\pi^\pm\pi^\pm}(E_0, E)}{dE} \pi^\pm(E_0, h, \vartheta) dE_0 + \frac{1}{\lambda_\pi(E)} \times \end{aligned}$$

$$\times \int_{E_{\pi\pi}^{\text{min}}}^\infty \frac{1}{\sigma_{\pi A}^{\text{in}}(E)} \frac{d\sigma_{\pi^\mp\pi^\pm}(E_0, E)}{dE} \pi^\mp(E_0, h, \vartheta) dE_0,$$

где $\pi^\pm(E, h, \vartheta)$ — поток (спектр) заряженных пионов с энергией вблизи E на глубине h , распространяющихся под углом ϑ ; $\lambda_\pi(E) = 1/N_0\sigma_{\pi A}^{\text{in}}(E)$ — средний пробег пиона до неупругого взаимодействия в воздухе, $\sigma_{\pi A}^{\text{in}}(E)$ — сечение неупругого взаимодействия, N_0 — число ядер A в 1 г воздуха; m_π , τ_π и p — масса, время жизни и импульс пиона соответственно; $\rho(h, \vartheta)$ — плотность воздуха на глубине h вдоль направления ϑ . Граничные условия системы: $\pi^\pm(E, h = 0, \vartheta) = 0$. Источниками пионов в атмосфере являются инклюзивные реакции рождения пионов во взаимодействиях нуклонов и мезонов с ядрами атомов воздуха $i + A = \pi^\pm + X$ ($i = p, n, K^\pm, K^0, \bar{K}^0$) и распада каонов $K = K^\pm, K_L^0, K_S^0$.

Спектры рождения частиц во взаимодействиях адронов с ядрами атомов воздуха $d\sigma(E, E_0)/dE$ могут быть получены интегрированием инвариантных дифференциальных сечений инклюзивных реакций $i + A \rightarrow j + X$:

$$\frac{d\sigma_{ij}(E_0, E)}{dE} = 2\pi \int_0^{p_T^{\text{max}}(ij)} \frac{p_T}{p_L} \left(E \frac{d^3\sigma_{ij}}{d^3p} \right) dp_T. \quad (2)$$

Здесь E_0 — энергия первичной частицы, E , p_T и p_L — энергия, поперечная и продольная составляющие импульса частицы j . Величина $p_T^{\text{max}}(ij)$ определена выражением

$$p_T^{\text{max}}(ij) = \sqrt{E_j^2 - m_j^2 - \frac{[(s_i + m_j^2 - s_X^{\text{min}})/2 - E_j(E_i + m_N)]^2}{E_i^2 - m_i^2}}. \quad (3)$$

Настоящий расчет выполнен с параметризациями КМ [7, 8] сечений $E d^3\sigma_{ij}/d^3p$ (см. также [5, 9, 10]). Полные сечения неупругого взаимодействия мезонов с ядрами атомов атмосферы взяты из работ [13, 28]:

$$\sigma_{hA}^{\text{in}}(E) = \sigma_h^0 + \sigma_A \ln(E/E_1) \quad (h = \pi, K), \quad (4)$$

здесь $\sigma_\pi^0 = 168$ мбн, $\sigma_K^0 = 139$ мбн, $\sigma_A = 19$ мбн, $E_1 = 100$ ГэВ.

Функции генерации (источники пионов), отвечающие рождению пионов в адрон-ядерных взаимодействиях $G_{i\pi^\pm}^{\text{int}}(E, h, \vartheta)$ и распадам каонов

$G_{K\pi^\pm}^{\text{dec}}(E, h, \vartheta)$, имеют вид

$$G_{i\pi^\pm}^{\text{int}}(E, h, \vartheta) = \frac{1}{\lambda_N(E)} \times \quad (5)$$

$$\times \int_{E_{i\pi}^{\text{min}}}^\infty \frac{1}{\sigma_{iA}^{\text{in}}(E)} \frac{d\sigma_{i\pi^\pm}(E_0, E)}{dE} D_i(E_0, h, \vartheta) dE_0,$$

$$G_{K\pi^\pm}^{\text{dec}}(E, h, \vartheta) = B(K_{2\pi}) \frac{m_K}{\tau_K \rho(h, \vartheta)} \times \quad (6)$$

$$\times \int_{E_{K_2}^{-(\pi)}}^{E_{K_2}^{+(\pi)}} \frac{dE_0}{p_0^2} F_{K_{2\pi}}^\pi(E_0, E) K(E_0, h, \vartheta) + B(K_{\ell_3}^0) \times$$

$$\times \frac{m_K}{\tau_K \rho(h, \vartheta)} \int_{E_{K_3}^{-(\pi)}}^{E_{K_3}^{+(\pi)}} \frac{dE_0}{p_0^2} F_{K_{\ell_3}^0}^\pi(E_0, E) K^0(E_0, h, \vartheta),$$

где $B(K_{2\pi})$ и $B(K_{\ell_3}^0)$ — относительные вероятности распадов $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0$, $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ и $K_{\ell_3}^0 \rightarrow \pi^\pm \ell^\mp \nu_\ell$; $F_{K_{2\pi}}^\pi$, $F_{K_{\ell_3}^0}^\pi$ — спектральные функции π -мезонов в двух- и трёхчастичных распадах каонов в л.с., а m_K , τ_K , E_0 и p_0 — масса, время жизни, энергия и импульс каона соответственно. Функции $D_i(E_0, h, \vartheta)$ и $K(E_0, h, \vartheta)$, стоящие под интегралами в (5) и (6), суть дифференциальные спектры частиц сорта i и K соответственно. Дифференциальные потоки нуклонов $D_p(E_0, h)$, $D_n(E_0, h)$, дающие главный вклад в функцию генерации мезонов, вычислялись по формулам, приведенным в [5].

Нижние пределы интегрирования в (1) и (5) определяются формулами

$$E_{ij}^{\min} = \frac{(m_N E_j - \Delta_{ij})(E_j - m_N + p\sqrt{d_{ij}})}{2m_N E_j - m_N^2 - m_j^2}, \quad (7)$$

$$\Delta_{ij} = \frac{m_i^2 + m_N^2 + m_j^2 - s_X^{\min}}{2},$$

$$E_{K_2}^{\pm(\pi)} = \frac{(m_K^2 + m_{\pi_1}^2 - m_{\pi_2}^2)E \pm p\sqrt{(m_K^2 + m_{\pi_1}^2 - m_{\pi_2}^2)^2 - 4m_K^2 m_{\pi_1}^2}}{2m_{\pi_1}^2}, \quad (10)$$

$$E_{K_3}^{\pm(\pi)} = \frac{(m_K^2 + m_\pi^2 - m_\ell^2)E \pm p\sqrt{(m_K^2 + m_\pi^2 - m_\ell^2)^2 - 4m_K^2 m_\pi^2}}{2m_\pi^2}.$$

Поскольку вклад каонов в потоки пионов мал, учтем его как поправку после расчета каонной компоненты. Обозначим через $\tilde{\pi}^\pm$ потоки пионов на этом этапе расчета. Введем комбинации

$$\Pi^\pm(E, h, \vartheta) = \tilde{\pi}^+(E, h, \vartheta) \pm \tilde{\pi}^-(E, h, \vartheta), \quad (11)$$

для которых система (1) в отсутствие каонного источника и с учетом изотопической симметрии $\pi\pi$ -взаимодействий запишется в виде

$$\frac{\partial \Pi^\pm(E, h, \vartheta)}{\partial h} = -\frac{\Pi^\pm(E, h, \vartheta)}{\lambda_\pi(E)} -$$

$$-\frac{m_\pi \Pi^\pm(E, h, \vartheta)}{p\tau_\pi \rho(h, \vartheta)} + G_{N\pi}^\pm(E, h, \vartheta) +$$

$$d_{ij} = 1 + \frac{m_i^2(2m_N E_j - m_N^2 - m_j^2)}{(m_N E_j - \Delta_{ij})^2},$$

где минимальные значения квадрата инвариантной массы s_X^{\min} системы недетектируемых частиц X в инклюзивных реакциях взаимодействия π -мезонов с ядрами воздуха зависят от реакции: $s_X^{\min} = 2m_N^2$ для $p(n) \rightarrow \pi^+(\pi^-)$; $s_X^{\min} = (2m_N + m_\pi)^2$ для $p(n) \rightarrow \pi^-(\pi^+)$; $s_X^{\min} = m_N^2$ для $\pi^\pm \rightarrow \pi^\pm$; $s_X^{\min} = (m_N + 2m_\pi)^2$ для $\pi^\pm \rightarrow \pi^\mp$.

Спектральная функция частицы j моды \mathcal{M} распада K -мезона в (6) по определению есть

$$F_{\mathcal{M}}^j(E_0, E) = \frac{p_0}{\Gamma_{\mathcal{M}}} \frac{d\Gamma_{\mathcal{M}}^j(E_0, E)}{dE}, \quad (8)$$

где $\Gamma_{\mathcal{M}}$ — парциальная ширина распада, p_0 и E_0 — импульс и энергия каона, E — энергия частицы j . Для двухпионной моды $K \rightarrow \pi_1 \pi_2$ спектральная функция есть константа:

$$F_{K_{2\pi}}^{\pi_1} = \left[\left(1 + \frac{m_{\pi_1}^2}{m_K^2} - \frac{m_{\pi_2}^2}{m_K^2} \right)^2 - \frac{4m_{\pi_1}^2}{m_K^2} \right]^{-1/2}. \quad (9)$$

Явный вид $F_{K_{\ell_3}^0}^\pi(E, E_0)$ для полулептонных распадов каонов представляет собой довольно громоздкое выражение и приведен в [29, 30]. Пределы интегрирования в (6) равны:

$$+ \frac{1}{\lambda_\pi(E)} \int_0^1 \Phi_{\pi\pi}^\pm(E, x) \Pi^\pm(E/x, h, \vartheta) \frac{dx}{x^2},$$

где $x = E/E_0$ — доля энергии первичной частицы, уносимая мезоном,

$$G_{N\pi}^\pm(E, h, \vartheta) = G_{p\pi^+}^{\text{int}}(E, h, \vartheta) + G_{n\pi^+}^{\text{int}}(E, h, \vartheta) \pm$$

$$\pm \left[G_{p\pi^-}^{\text{int}}(E, h, \vartheta) + G_{n\pi^-}^{\text{int}}(E, h, \vartheta) \right],$$

$$\Phi_{\pi\pi}^\pm(E, x) = \frac{E}{\sigma_{\pi A}^{\text{in}}(E)} \left[\frac{d\sigma_{\pi^+\pi^+}(E_0, E)}{dE} \pm \right.$$

$$\left. \pm \frac{d\sigma_{\pi^+\pi^-}(E_0, E)}{dE} \right]_{E_0=E/x}$$

В соответствии с основной идеей метода [5] введем

\mathcal{Z} -факторы:

$$\mathcal{Z}_{\pi\pi}^{\pm}(E, h, \vartheta) = \int_0^1 \Phi_{\pi\pi}^{\pm}(E, x) \frac{\Pi^{\pm}(E/x, h, \vartheta) dx}{\Pi^{\pm}(E, h, \vartheta) x^2}, \quad (13)$$

и перепишем систему (12):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi^{\pm}(E, h, \vartheta)}{\partial h} = & -\frac{\Pi^{\pm}(E, h, \vartheta)}{\lambda_{\pi}(E)} - \\ & -\frac{m_{\pi} \Pi^{\pm}(E, h, \vartheta)}{p\tau_{\pi}\rho(h, \vartheta)} + G_{N\pi}^{\pm}(E, h, \vartheta) + \\ & + \frac{1}{\lambda_{\pi}(E)} \mathcal{Z}_{\pi\pi}^{\pm}(E, h, \vartheta) \Pi^{\pm}(E, h, \vartheta). \end{aligned} \quad (14)$$

Формально решение этих уравнений записывается в виде

$$\begin{aligned} \Pi^{\pm}(E, h, \vartheta) = & \int_0^h dt G_{N\pi}^{\pm}(E, t, \vartheta) \times \\ & \times \exp \left[-\int_t^h dz \left(\frac{1 - \mathcal{Z}_{\pi\pi}^{\pm}(E, z, \vartheta)}{\lambda_{\pi}(E)} + \frac{m_{\pi}}{p\tau_{\pi}\rho(z, \vartheta)} \right) \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

Уравнения с неизвестными \mathcal{Z} -факторами пионов решаем итерациями, пренебрегая в нулевом приближении процессами регенерации и перезарядки пионов, т.е. полагая $\mathcal{Z}_{\pi\pi}^{\pm(0)}(E, h) = 0$. Вычисленный в нулевом приближении дифференциальный энергетический спектр пионов

$$\begin{aligned} \Pi^{\pm(0)}(E, h, \vartheta) = & \int_0^h dt G_{N\pi}^{\pm}(E, t, \vartheta) \times \\ & \times \exp \left[-\int_t^h dz \left(\frac{1}{\lambda_{\pi}(E)} + \frac{m_{\pi}}{p\tau_{\pi}\rho(z, \vartheta)} \right) \right] \end{aligned} \quad (16)$$

позволяет найти \mathcal{Z} -факторы в первом приближении. В первом и последующих приближениях процессы регенерации и перезарядки уже учтены:

$$\begin{aligned} \Pi^{\pm(n)}(E, h, \vartheta) = & \int_0^h dt G_{N\pi}^{\pm}(E, t, \vartheta) \times \\ & \times \exp \left[-\int_t^h dz \left(\frac{1 - \mathcal{Z}_{\pi\pi}^{\pm(n)}(E, z, \vartheta)}{\lambda_{\pi}(E)} + \right. \right. \end{aligned} \quad (17)$$

$$\left. + \frac{m_{\pi}}{p\tau_{\pi}\rho(z, \vartheta)} \right),$$

где \mathcal{Z} -фактор в $(n+1)$ -приближении определяется потоком пионов в n -приближении ($n = 0, 1, \dots$):

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}_{\pi\pi}^{\pm(n+1)}(E, h, \vartheta) = & \\ = & \int_0^1 \Phi_{\pi\pi}^{\pm}(E, x) \frac{\Pi^{\pm(n)}(E/x, h, \vartheta)}{x^2 \Pi^{\pm(n)}(E, h, \vartheta)} dx. \end{aligned} \quad (18)$$

Система уравнений, описывающих перенос заряженных и нейтральных каонов в атмосфере, источниками которых являются взаимодействия нуклонов и пионов с ядрами, имеет вид

$$\frac{\partial K(E, h, \vartheta)}{\partial h} = -\frac{K(E, h, \vartheta)}{\lambda_K(E)} - \quad (19)$$

$$\begin{aligned} -\frac{m_K K(E, h, \vartheta)}{p\tau_K\rho(h, \vartheta)} + \sum_{i=p,n,\pi} G_{iK}(E, h, \vartheta) + \\ + \frac{1}{\lambda_K(E)} \int_{E_{KK}^{\min}}^{\infty} \frac{1}{\sigma_{KA}^{\text{in}}(E)} \frac{d\sigma_{KK}(E_0, E)}{dE} \times \\ \times K(E_0, h, \vartheta) dE_0. \end{aligned}$$

Функции источника $G_{iK}(E, h, \vartheta)$ описывают рождение K -мезонов в NA - и πA -взаимодействиях соответственно:

$$G_{iK}(E, h, \vartheta) = \frac{1}{\lambda_i(E)} \times \quad (20)$$

$$\times \int_{E_{NK}^{\min}}^{\infty} \frac{1}{\sigma_{iA}^{\text{in}}(E)} \frac{d\sigma_{iK}(E_0, E)}{dE} D_i(E_0, h, \vartheta) dE_0.$$

Эти уравнения подобны уравнениям (12), поэтому решаем их тем же методом. Выпишем здесь решение в n -приближении:

$$\begin{aligned} K^{(n)}(E, h, \vartheta) = & \int_0^h dt \sum_{N,\pi} G_{iK}(E, t, \vartheta) \times \\ & \times \exp \left[-\int_t^h dz \left(\frac{1 - \mathcal{Z}_{KK}^{(n)}(E, z, \vartheta)}{\lambda_K(E)} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{m_K}{p\tau_K\rho(z, \vartheta)} \right) \right]. \end{aligned} \quad (21)$$

Далее, используя полученные решения для спектров каонов, учитываем вклад в потоки пионов от распадов каонов (см. (1) и (6)).

При численной реализации метода для многомерного интегрирования использовался адаптивный кубатурный алгоритм Генца—Малика [31], а для аппроксимации и интерполяции промежуточных функций применялся быстрый алгоритм на основе квадратичных B -сплайнов на равномерной сетке. Отметим быструю сходимость метода. Если в расчете нуклонной компоненты требуется пять итераций для достижения точности, лучшей 1% (см. также [5]), то для достижения такой же точности расчета потоков мезонов достаточно уже двух итераций.

С помощью (17), (21) можно воспроизвести приближенные аналитические результаты ряда работ, в которых учитывался (в рамках той или иной модели) рост полных неупругих сечений взаимодействий пионов и каонов с ядрами воздуха (см., например, [28]).

4. АТМОСФЕРНЫЕ МЮОНЫ

Атмосферные мюоны рождаются в распадах пионов $\pi \rightarrow \mu + \nu_\mu$, двух- и трехчастичных распадах каонов $K^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$, $K^\pm \rightarrow \pi^0 + \mu^\pm + \nu^\mu(\bar{\nu}_\mu)$, $K_L^0 \rightarrow \pi^\pm + \mu^\mp + \bar{\nu}_\mu(\nu_\mu)$, генерируемых непосредственно при столкновениях космических лучей с атмосферой Земли. Кроме того, мюоны генерируются в цепочках распадов $K \rightarrow \pi \rightarrow \mu$ ($K_S^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$, $K^\pm \rightarrow \pi^\pm + \pi^0$, $K_L^0 \rightarrow \pi^\pm + \ell^\mp + \bar{\nu}_\ell(\nu_\ell)$, $\ell = e, \mu$), учет которых приводит к небольшим поправкам.

Уравнение генерации и переноса мюонов в атмосфере в приближении непрерывных потерь энергии в электромагнитных взаимодействиях мюона с веществом имеет вид

$$\left[\frac{\partial}{\partial h} + \frac{E_\mu^{\text{cr}}(\vartheta)}{Eh} \right] D_\mu(E, h, \vartheta) = \quad (22)$$

$$= \frac{\partial}{\partial E} [\beta_\mu(E) D_\mu(E, h, \vartheta)] + G_\mu^{\pi, K}(E, h, \vartheta),$$

где $D_\mu(E, h, \vartheta)$ — дифференциальный энергетический спектр мюонов на глубине h , распространяющихся под зенитным углом ϑ ; $E_\mu^{\text{cr}} \simeq 1.03 \text{ sec } \vartheta \text{ ГэВ}$ — критическая энергия мюона; $\beta_\mu(E) = -dE/dh = a_\mu(E) + b_\mu(E)E$ — суммарные потери энергии мюона в воздухе на ионизацию и возбуждение атомов, $a_\mu(E)$, и в радиационных процессах, $b_\mu(E)E$. Функция генерации мюонов $G_\mu^{\pi, K}$ в распадах пионов и каонов определяется формулой

$$G_\mu^{\pi, K}(E, h, \vartheta) = \quad (23)$$

$$= \sum_{M=\pi^\pm, K^\pm} B(M_{\mu 2}) \frac{m_M}{\tau_M \rho(h, \vartheta)} \times$$

$$\times \int_{E_{M_2}^-}^{E_{M_2}^+} \frac{dE_0}{p_0^2} F_{M_{\mu 2}}^\mu(E_0, E) M(E_0, h, \vartheta) +$$

$$+ \sum_{K=K^\pm, K_L^0, K_S^0} B(K_{\mu 3}) \frac{m_K}{\tau_K \rho(h, \vartheta)} \times$$

$$\times \int_{E_{K_3}^-}^{E_{K_3}^+} \frac{dE_0}{p_0^2} F_{K_{\mu 3}}^\mu(E_0, E) K(E_0, h, \vartheta).$$

Здесь $B(M_{\mu 2})$ и $B(K_{\mu 3})$ — относительные вероятности $\pi_{\mu 2}$, $K_{\mu 2}$ и $K_{\mu 3}$ -распадов; $F_{M_{\mu 2}}^\mu$ и $F_{K_{\mu 3}}^\mu$ — мюонные спектральные функции (спектры мюонов в распадах); $M(E_0, h, \vartheta)$ — дифференциальные потоки π^\pm , K^\pm -мезонов, а $K(E_0, h, \vartheta)$ — потоки K^\pm , K^0 . В случае двухчастичных распадов мезонов $F_{M_{\mu 2}}^\mu = (1 - m_\mu^2/m_M^2)^{-1}$. Явный вид спектральных функций для трехчастичных (полулептонных) мод распада каонов представлен в работе [30]. Пределы интегрирования в (23):

$$E_{M_2}^\pm = \frac{(m_M^2 + m_\mu^2) E \pm (m_M^2 - m_\mu^2) p}{2m_\mu^2}, \quad (24)$$

$$E_{K_3}^\pm = \frac{(m_K^2 + m_\mu^2 - m_\pi^2) E \pm p \sqrt{(m_M^2 + m_\mu^2 - m_\pi^2)^2 - 4m_K^2 m_\mu^2}}{2m_\mu^2}.$$

Решение уравнения (22) дается выражением

$$D_{\mu}(E, h, \vartheta) = \quad (25)$$

$$= \int_0^h dt W_{\mu}(E, h, t, \vartheta) G_{\mu}^{\pi, K}(\mathcal{E}(E, h-t), t, \vartheta),$$

в котором

$$W_{\mu}(E, h, t, \vartheta) = \frac{\beta_{\mu}(\mathcal{E}(E, h-t))}{\beta_{\mu}(E)} \times \quad (26)$$

$$\times \exp \left[- \int_t^h \frac{m_{\mu}}{\tau_{\mu} \rho(z, \vartheta)} \frac{dz}{\mathcal{E}(E, h-z)} \right]$$

есть вероятность выживания мюона при прохождении слоя воздуха от t до h в направлении ϑ , а $\mathcal{E}(E, h)$ — корень уравнения

$$\int_E^{\mathcal{E}} \frac{dE}{\beta_{\mu}(E)} = h.$$

5. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

Результаты расчета потоков атмосферных адронов представлены на рис. 2–4. Потоки протонов на глубинах атмосферы 5.5–885 г/см², рассчитанные с параметризацией спектра и состава ПКЛ из работы Gaisser, Honda (GH) [3], показаны (рис. 2а) в сравнении с недавними измерениями CAPRICE 98 [32] в области энергий от 5 до 300 ГэВ. Размеры серых областей соответствуют неопределенностям глубины атмосферы (цифры над кривыми), на которых велись измерения, а кривые — расчету для средних глубин наблюдения. Спектры нейтронов (кривые на рис. 2б) на уровне моря рассчитаны для трех параметризаций ПКЛ: Никольского, Стаменова и Ушева (НСУ) [1], Ерылкина, Крутиковой и Шабельского (ЕКШ) [2] и GH, данные экспериментов (символы) взяты из работы [33]. Большие ошибки измерений не позволяют говорить о предпочтительности какого-либо из рассмотренных спектров ПКЛ, хотя можно заметить, что изгибы кривой, рассчитанной со спектром ЕКШ, хорошо описывают измерения на прототипе адронного калориметра KASCADE работы [33] (черные кружки).

На рис. 3а показаны спектры адронов на глубинах атмосферы 820 и 1030 г/см², рассчитанные для тех же трех моделей первичного спектра, и приведены данные измерений на установке EAS-TOP [34] и прототипе адронного калориметра KASCADE, а также данные давних экспериментов, взятые из работы [33]. Авторы работы [35]

использовали однослойный калориметр, что затрудняло реконструкцию ливней и могло привести к заметному систематическому завышению потока адронов (светлые кружки на рис. 3а). При $E \sim 1$ ТэВ заметно укрупнение и занижение спектра измеренных адронов работы [33] по сравнению с настоящим расчетом (рис. 3б), связанное, по видимому, с методикой отбора одиночных адронных событий. Хотя в целом наблюдается неплохое согласие настоящего расчета с экспериментом, отметим, что расчетные кривые идут несколько ниже измерений на установке EAS-TOP. Причина такого расхождения пока неясна.

Вычисленное отношение потока заряженных пионов к потоку нуклонов на уровне моря в интервале энергий 5–10³ ГэВ (рис. 4) может служить тестом расчета пион-нуклонного каскада (кривые расчета со спектрами НСУ и ЕКШ построены для $E > 100$ ГэВ). Экспериментальные данные и расчеты других авторов взяты из работы [33]. Хорошо видно, что расчет π/N -отношения с первичными спектрами GH и ЕКШ дает практически совпадающие результаты, тогда как спектр и состав НСУ приводят к потокам пионов вблизи 1 ТэВ на ~20% выше. Характерный изгиб кривых в окрестности критической энергии пиона E_{π}^{cr} (~100 ГэВ) связан с уменьшением вероятности распада π -мезонов в атмосфере с ростом энергии.

Расчет дифференциального спектра мюонов на уровне моря вблизи вертикали представлен на рис. 5: сплошная кривая — первичный спектр GH, штриховая — НСУ ($E > 200$ ГэВ). Вклады трехчастичных распадов K -мезонов, а также цепочек распадов $K \rightarrow \pi \rightarrow \mu$ суммарно составляют ~5% (2.5 и 2% соответственно) от потока мюонов в этой области энергий. Для сравнения на рис. 5 показаны также расчеты других авторов: [13] — верхняя кривая (спектр НСУ), [10] — кривая с кружками (спектр GH), [37] — точечная и штрихпунктирная кривые (обе кривые для спектра GH). Недавний расчет Наумова (частное сообщение; см. также [10]) в пределах ~3% согласуется с нашим расчетом. Расчеты Лагутина и др. [37] выполнены с помощью кода CORSIKA с использованием модели адрон-ядерных взаимодействий QGSJET 01 (точечная кривая) и модели SIBYLL 2.1 (штрихпунктирная кривая). Обратим внимание на значительное различие двух последних расчетов: при одном и том же первичном спектре модель QGSJET 01 приводит к потоку мюонов на 30% ниже, чем модель SIBYLL 2.1. Вероятную причину этого — заниженный выход π -, K -мезонов в модели QGSJET 01, как и в ее новой версии QGSJET II, — можно увидеть на рис. 1.

Сравнение настоящего расчета мюонных потоков с экспериментом представлено на рис. 6.

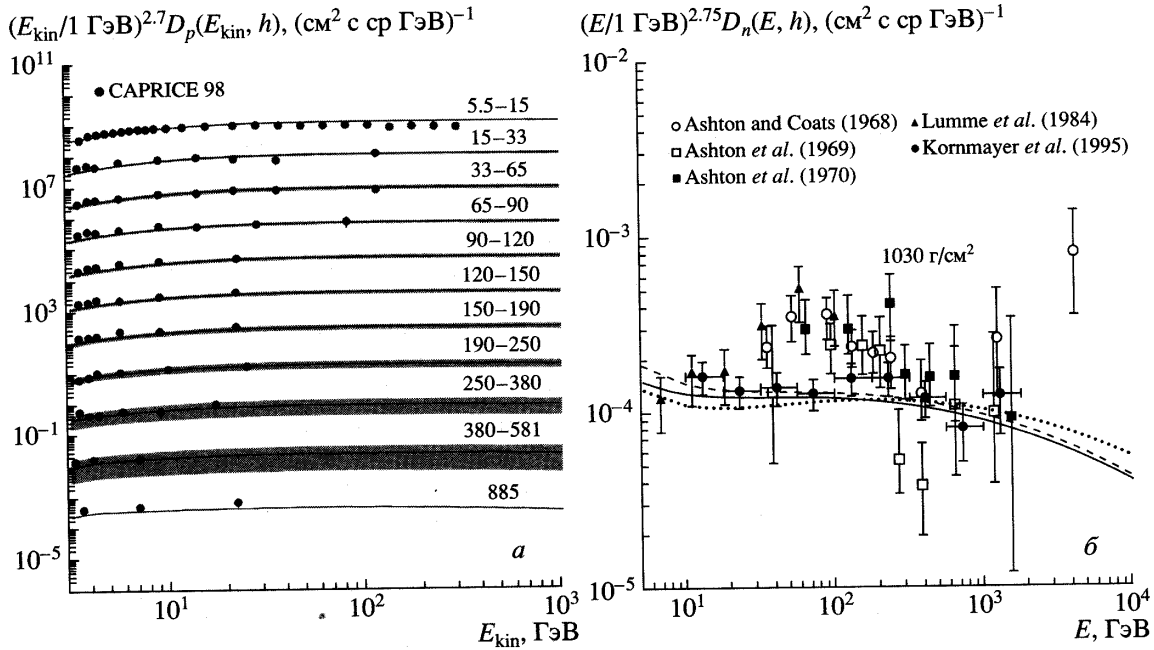


Рис. 2. Энергетический спектр протонов (а) и нейтронов (б) на разных глубинах атмосферы: 5.5–885 и 1030 г/см² (E_{kin} — кинетическая энергия). Экспериментальные данные из работ [32] (а) и [33] (б). Кривые — расчет настоящей работы для трех моделей первичного спектра: ГН (сплошная), ЕКШ (штриховая), НСУ (точечная), см. текст.

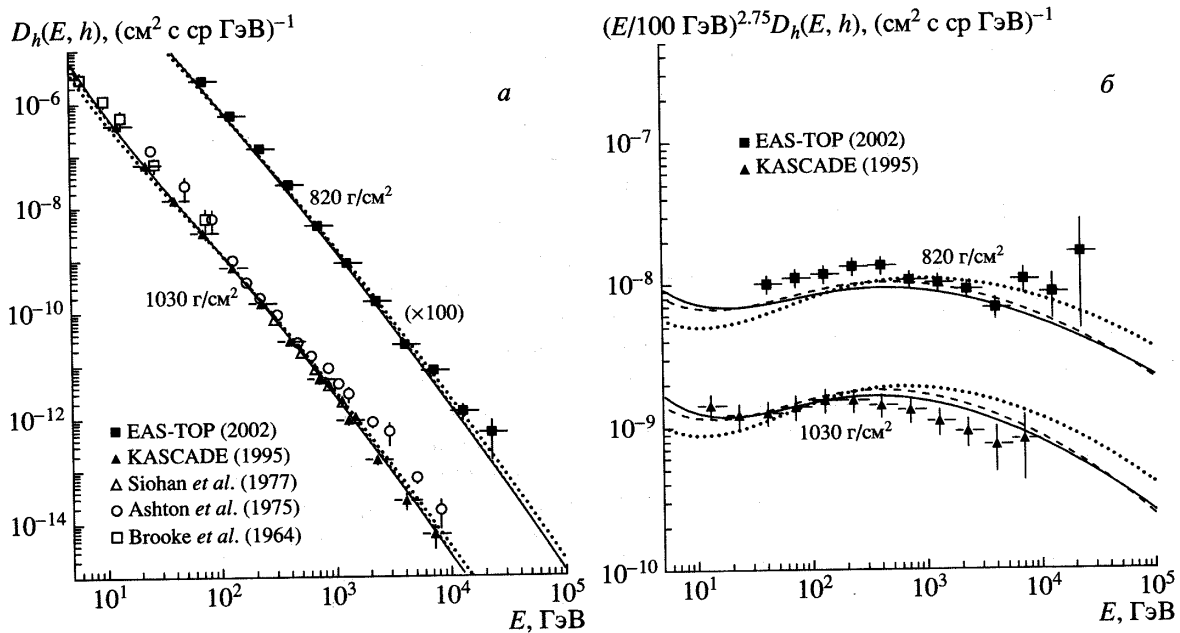


Рис. 3. Энергетические спектры адронов на глубинах атмосферы 820 и 1030 г/см². а — Экспериментальные данные из работ [33] (▲, □), [34] (■), [35] (○), [36] (△); б — масштабированные данные эксперимента EAS-TOP и прототипа адронного калориметра KASCADE. Кривые — расчет настоящей работы для трех моделей первичного спектра (обозначения кривых те же, что и на рис. 2).

Данные прямых измерений CAPRICE, BESS-TeV, L3 + С и CosmoALEPH взяты из работ [17–20], данные 1971–1993 гг. — из работ [13, 16]. Косвенные данные, т.е. результаты подземных изме-

рений, пересчитанные к уровню моря, представлены экспериментами MACRO [38] (штрихованная область), LVD [39], Frejus [40], Баксан [41] и Артемовск (АСД) [42]. Как видно, расчеты для

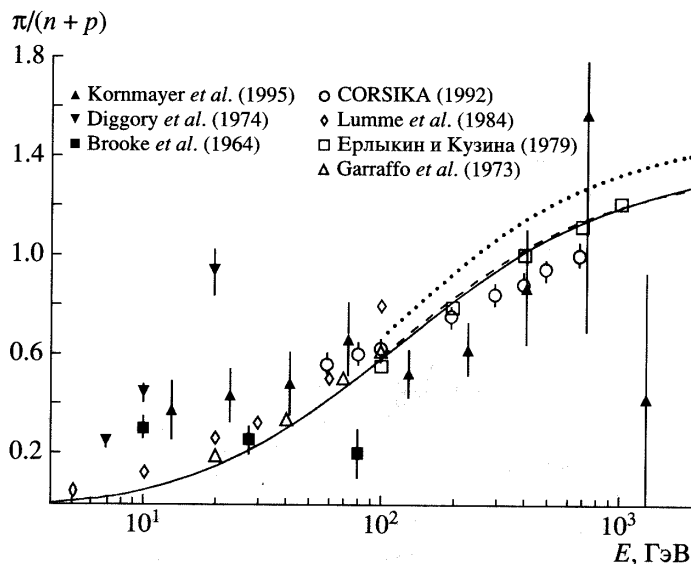


Рис. 4. Отношение потока пионов к потоку нуклонов на уровне моря. Экспериментальные данные (■, ▲, ▼) и расчеты других авторов (○, □, △, ◇) взяты из работы [33]. Кривые — расчет настоящей работы для трех моделей первичного спектра (обозначения кривых те же, что и на рис. 2).

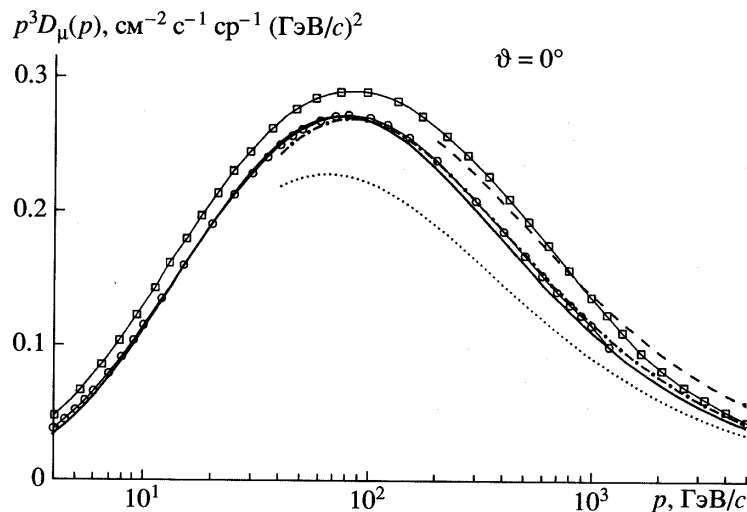


Рис. 5. Сравнение расчетов спектра мюонов вблизи вертикали на уровне моря. Настоящая работа: расчет для спектра ГИ (сплошная кривая), для спектра НСУ (штриховая кривая). Расчеты других авторов: [10] (кривая с кружками), [13] (кривая с квадратами), [37] (точечная (модель QGSJET 01) и штрихпунктирная (модель SIBYLL 2.1) кривые).

параметризаций первичного спектра ЕКШ и ГИ неплохо описывают новые измерения L3 + C, CosmoALEPH, BESS-TeV и CAPRICE. Расчет со спектром ЕКШ (штриховая кривая) почти идеально описывает данные L3 + C в области выше 100 ГэВ и данные установок АСД, LVD, MACRO, Frejus — при энергиях выше 1 ТэВ. Предсказание потока мюонов для первичного спектра ГИ кажется слегка заниженным в области энергий 200–700 ГэВ по сравнению с измерениями L3 + C, однако неплохо согласуется с данными экспериментов Баксан и CosmoALEPH.

Зарядовое отношение мюонов (μ^+/μ^-) на уровне моря очень чувствительно и к составу ПКЛ, и к модели адронного каскада, что позволяет косвенно изучать взаимодействия адронов с ядрами. На рис. 7 сплошной линией показан наш расчет зарядового отношения мюонов на уровне моря и расчет [10] (штриховая кривая) в сравнении с экспериментальными данными [18, 19, 43–47]. Кривые, лежащие выше и ниже основного массива экспериментальных данных, представляют расчеты (см. [20]) с использованием моделей

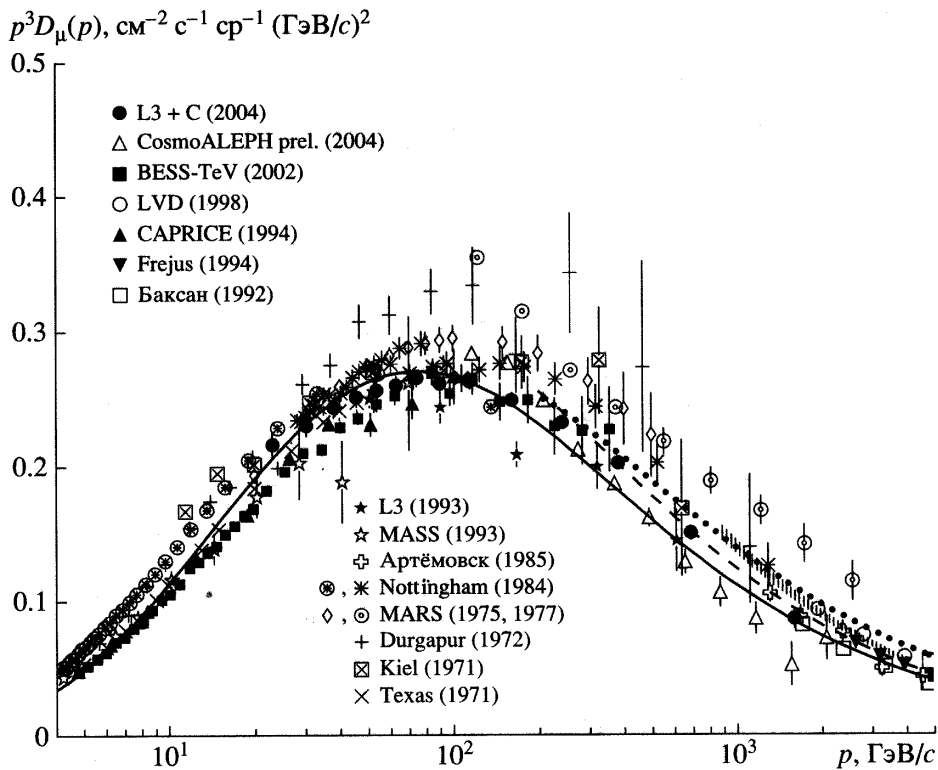


Рис. 6. Спектр мюонов для вертикали на уровне моря. Эксперимент: [17] (▲), [18] (■), [19] (●), [20] (△), [39] (○), [40] (▼), [41] (□), [38] (штрихованная область); данные 1971–1993 гг. взяты из работ [13, 16]. Кривые — расчет настоящей работы для трех моделей первичного спектра: ГН (сплошная), ЕКШ (штриховая), НСУ (точечная).

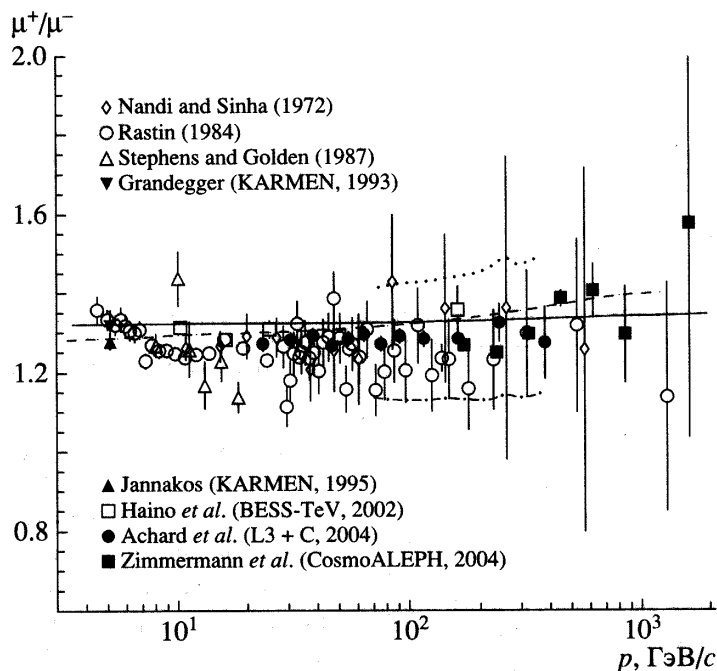


Рис. 7. Зарядовое отношение мюонов на уровне моря. Экспериментальные данные из работ: [18] (□), [19] (●), [43] (◇), [44] (○), [45] (△), [46] (▲, ▼), [47] (■). Сплошная линия — расчет настоящей работы для первичного спектра ГН. Расчеты других авторов: [10] (штриховая кривая), [20] (точечная и штрихпунктирная кривые).

адрон-ядерных взаимодействий QGSJET 01 и SIBYLL 2.1.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящий расчет потоков вторичных космических лучей показал, что метод [5] является достаточно эффективным инструментом исследования мезонной компоненты адронного каскада и потоков атмосферных мюонов высоких энергий в общем случае нестепенного характера первичного спектра, нарушения скейлинга сечений рождения частиц и растущих с энергией полных неупругих сечений нуклон- и мезон-ядерных столкновений. К достоинствам метода можно отнести быструю сходимость и невысокие требования к необходимым вычислительным ресурсам: нуклонная компонента требует четырех-пяти итераций для достижения точности, лучшей 1%, а для расчета потоков пионов и каонов с той же точностью необходимо не более двух итераций. Хорошим тестом расчета служит согласие предсказаний потоков нуклонов и всех адронов на разных уровнях атмосферы, а также их отношений с экспериментальными данными, полученными на разных установках.

Аппроксимация первичного спектра GN дает для потоков мюонов в интервале энергий 0.1–1 ТэВ близкие результаты (~3–5% различия) в трех расчетах, отличающихся моделями адронных взаимодействий: KM (настоящая работа и расчет [10]) и SIBYLL 2.1 (расчет [37]). Различие это возрастает до ~30% при использовании модели QGSJET 01, которая приводит к заниженным предсказаниям потока мюонов, т.е. из двух моделей адронных взаимодействий, QGSJET 01 и SIBYLL 2.1, использованных в расчете [37], лишь последняя дает результат, близкий к расчету настоящей работы, который неплохо согласуется с экспериментом в данной области энергий. По-видимому, вывод авторов [37] о недооценке измеренного в баллонных и спутниковых экспериментах потока нуклонов, основанный на расчете с помощью пакета CORSIKA, связан с моделью QGSJET 01, которая приводит к заниженному выходу π^- , K^- -мезонов в pA -взаимодействиях.

Два варианта первичного спектра, ЕКШ [2] и GN [3], используемые в нашем расчете, дают результаты, различающиеся примерно на 10%, а наибольшее отличие (около 20% вблизи 1 ТэВ) дает спектр HCU [1]. Таким образом, неопределенности расчета в области энергий, обусловленные сечениями адронных процессов, достигают 30%, тогда как первичный спектр вносит неопределенность порядка 10%, если исключить из рассмотрения спектр [1], область применимости которого лежит выше 1 ТэВ. Вклады полуплептонных распадов K^- -мезонов и цепочек $K \rightarrow \pi \rightarrow \mu$ в потоки мюонов с

энергиями 0.1–1 ТэВ составили в нашем расчете ~2.5 и ~2% соответственно.

По-видимому, главные тесты спектров первичных космических лучей и моделей адронных взаимодействий обеспечат прежде всего мюонные эксперименты в той области высоких энергий, где еще малы неопределенности, обусловленные вкладами рождения и распада очарованных частиц.

Авторы благодарят В.А. Наумова, А.А. Лагутина, О.Г. Рязскую за полезные обсуждения настоящей работы.

Работа поддержана грантом НШ-5362.2006.2 государственной поддержки ведущих научных школ РФ. А. Кочанов благодарит Иркутский государственный университет за поддержку работы грантами № 111-02-000/05, 111-02-000/7-06.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. С. И. Никольский, И. Н. Стаменов, С. З. Ушев, ЖЭТФ **87**, 18 (1984).
2. А. Д. Ерлыкин, Н. П. Крутикова, Ю. М. Шабельский, ЯФ **45**, 1075 (1987).
3. Т. К. Gaisser and M. Honda, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. **52**, 153 (2002); hep-ph/0203272.
4. V. A. Naumov and L. Perrone, Astropart. Phys. **10**, 239 (1999).
5. В. А. Наумов, Т. С. Синеговская, ЯФ **63**, 2020 (2000); V. A. Naumov and T. S. Sinegovskaya, in *Proceedings of the 27th ICRC, Hamburg, 2001*, Vol. 1, p. 4173; hep-ph/0106015.
6. А. А. Кочанов, Т. С. Синеговская, С. И. Синеговский, *Тр. VIII конф. молодых ученых "Астрофизика и физика околоземного космического пространства"*, Иркутск, 2005, под ред. В. И. Куркина (ИСЗФ СО РАН, Иркутск, 2005), с. 202.
7. Л. Р. Кимель, Н. В. Мохов, Изв. вузов. Физика, № 10, 17 (1974).
8. А. Н. Калиновский, Н. В. Мохов, Ю. П. Никитин, *Прохождение частиц высоких энергий через вещество* (Энергоатомиздат, Москва, 1985), с. 94.
9. G. Fiorentini, V. A. Naumov, and F. L. Villante, Phys. Lett. B **510**, 173 (2001).
10. V. A. Naumov, in *Proceedings of the 2nd Workshop on Methodical Aspects of Underwater/Underice Neutrino Telescopes, Hamburg, 2001*, Ed. by R. Wischnewski (DESY, Hamburg, 2002), p. 31; hep-ph/0201310; http://theor.jinr.ru/vnaumov/Eng/CRNO_files/CRN.pdf
11. Л. В. Волкова, Г. Т. Зацепин, Л. А. Кузьмичев, ЯФ **29**, 1252 (1979).
12. А. В. Буткевич, Л. Г. Деденко, И. М. Железных, ЯФ **50**, 142 (1989).
13. E. V. Bugaev *et al.*, Phys. Rev. D **58**, 054001 (1998); hep-ph/9803488.
14. Л. В. Волкова, Г. Т. Зацепин, ЯФ **64**, 313 (2001).
15. O. G. Ryazhskaya, Nuovo Cimento C **19**, 655 (1996).
16. T. Hebbeker and C. Timmermans, Astropart. Phys. **18**, 107 (2002).

17. J. Kremer *et al.*, Phys. Rev. Lett. **83**, 4241 (1999).
18. S. Haino *et al.*, Phys. Lett. B **594**, 35 (2004); astro-ph/0403704.
19. P. Achard *et al.*, Phys. Lett. B **598**, 15 (2004).
20. P. Le Coultre, in *Proceedings of the 29th ICRC, Pune, 2005*, Vol. 10, p. 137.
21. N. N. Kalmykov, S. S. Ostapchenko, and A. I. Pavlov, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **52**, 17 (1997).
22. R. Engel *et al.*, in *Proceedings of the 26th ICRC, Salt Lake City, 1999*, Vol. 1, p. 415.
23. H. J. Drescher *et al.*, Phys. Rep. **350**, 93 (2001); T. Pierog *et al.*, Nucl. Phys. A **715**, 895 (2003); hep-ph/0211202.
24. S. S. Ostapchenko, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **151**, 147 (2006).
25. D. Heck *et al.*, FZKA Report 6019 (Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe, 1998).
26. T. Pierog *et al.*, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **151**, 159 (2006); astro-ph/0411260; T. Bergmann *et al.*, Astropart. Phys. **26**, 420 (2007); astro-ph/0606564.
27. A. V. Yushkov and A. A. Lagutin, astro-ph/0612010.
28. А. Н. Валл, В. А. Наумов, С. И. Синеговский, ЯФ **44**, 1240 (1986).
29. V. A. Naumov, T. S. Sinegovskaya, and S. I. Sinegovsky, Nuovo Cimento A **111**, 129 (1998); hep-ph/9802410.
30. В. А. Наумов, Т. С. Синеговская, С. И. Синеговский, *Материалы Байкальской школы по фундаментальной физике "Астрофизика и физика микромира"*, Иркутск, 1998, под ред. В. А. Наумова и др. (Изд-во Иркут. ун-та, Иркутск, 1998), с. 211.
31. A. C. Genz and A. A. Malik, J. Comput. Appl. Math. **6**, 295 (1980).
32. E. Mocchiutti, PhD Thesis (Royal Institute of Technology, Stockholm, 2003).
33. H. Kornmayer *et al.*, J. Phys. G **21**, 439 (1995).
34. M. Aglietta *et al.*, Astropart. Phys. **19**, 329 (2003); astro-ph/0207543.
35. F. Ashton and A. J. Saleh, Nature **256**, 387 (1975).
36. F. Siohan *et al.*, J. Phys. G **4**, 1169 (1978).
37. A. A. Lagutin, A. G. Tyumentsev, and A. V. Yushkov, J. Phys. G **30**, 573 (2004); А. А. Лагутин, А. Г. Тюменцев, А. В. Юшков, ЯФ **69**, 293 (2006).
38. M. Ambrosio *et al.*, Phys. Rev. D **52**, 3793 (1995).
39. M. Aglietta *et al.*, Phys. Rev. D **58**, 092005 (1998).
40. W. Rhode, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **35**, 250 (1994).
41. В. Н. Бакатанов, Ю. Ф. Новосельцев, Р. В. Новосельцева и др., ЯФ **55**, 2107 (1992).
42. Р. И. Еникеев, Г. Т. Зацепин, Е. В. Королькова и др., ЯФ **47**, 1044 (1988).
43. B. C. Nandi and M. S. Sinha, J. Phys. A **5**, 1384 (1972)
44. B. C. Rastin, J. Phys. G **10**, 1629 (1984).
45. S. A. Stephens and R. L. Golden, in *Proceedings of the 20th ICRC, Moscow, 1987*, Vol. 6, p. 173.
46. T. E. Jannakos, FZKA Report 5520 (Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe, 1995).
47. D. Zimmermann *et al.*, Nucl. Instrum. Methods A **525**, 141 (2004).

ATMOSPHERIC MESON CASCADE, HIGH-ENERGY MUON FLUX CALCULATION UNCERTAINTIES AND DIRECT MEASUREMENT DATA

A. A. Kochanov, T. S. Sinegovskaya, S. I. Sinegovsky

A new calculation of hadron and muon fluxes of cosmic rays in the atmosphere has been performed at an energy range of $10-10^4$ GeV based on a method of solutions of nuclear cascade equations, which took into account a nonscaling behavior of inclusive hadron-production cross sections, rising total inelastic cross sections for hadron-nuclear interactions, and non-power-law character of the primary spectrum. The secondary cosmic-ray fluxes at different altitudes of the atmosphere were computed with three models of the cosmic-ray primary spectrum and mass composition. The influence of the primary spectrum and mass composition uncertainties on atmospheric muon fluxes and charge ratios at the sea level was studied. The calculated muon spectrum is compared with the results of old experiments and recent measurements by L3 + Cosmic and CosmoALEPH spectrometers as well as with other calculations.