



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Иркутский государственный университет»  
(ФГБОУ ВПО «ИГУ»)



Физический факультет  
Кафедра теоретической физики

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

### Аналитическая геометрия

Код дисциплины по учебному плану Б2.Б.2.2

Для студентов направления 011800.62 – «Радиофизика»

г. Иркутск

## **1. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ**

### **Обеспечиваемые компетенции**

ОК-12: способность к правильному использованию общенаучной и специальной терминологии.

ОК-16: способность овладения основными методами защиты производственного персонала и населения от возможных последствий аварий, катастроф, стихийных бедствий.

ПК-1: способность использовать базовые теоретические знания (в том числе по дисциплинам профилизации) для решения профессиональных задач.

ПК-2: способность применять на практике базовые профессиональные навыки.

### **Цель курса**

Аналитическая геометрия изучает простейшие геометрические объекты и фигуры на плоскости и в трехмерном пространстве. К их числу на плоскости относятся алгебраические линии 1-го порядка – прямые, а также линии 2-го порядка - эллипс, гипербола и парабола. В трехмерном пространстве изучаются прямые, плоскости и поверхности 2-го порядка.

Отметим некоторые особенности программы. Весьма подробно излагается векторная алгебра. При ее изложении сразу же вводится понятие линейной зависимости векторов, базиса и координат, скалярного, векторного и смешанного произведений.

Целью курса «Аналитическая геометрия» является изучение геометрических объектов методами алгебры и математического анализа. Знания, полученные при изучении курса «Аналитическая геометрия», с одной стороны, формируют математическую культуру, с другой, составляют основу естественнонаучного подхода при исследовании природных явлений.

### **Задачи изучения курса**

Аналитическая геометрия имеет своей задачей изучение свойств геометрических объектов при помощи аналитического метода. В основе этого метода лежит метод координат, впервые систематически примененный Р.Декартом и призванный решать следующие конкретные задачи:

- изучение и овладение методом координат при рассмотрении геометрических образов, представляемых линейными и билинейными алгебраическими формами
- изучение методов и приемов решения геометрических задач
- формирование у студентов умений и навыков самостоятельного приобретения и применения знаний при исследовании и построении математических моделей;
- овладение студентами знаний и навыков по применению аналитической геометрии в различных разделах физики при экспериментальном и теоретическом исследовании физических явлений;

Программа ориентирована на развитие у студентов интереса к познанию математических и, в первую очередь, геометрических, объектов, а также приобретение навыков самостоятельного изучения фундаментальных основ математических и физических наук и их приложений.

### **Место курса в учебном процессе**

Программа курса «Аналитическая геометрия» построена таким образом, что ее основные понятия и методы органично переходят и являются составной частью программы курса «Линейная алгебра». Геометрические образы двумерного и трехмерного пространства, изучаемые в аналитической геометрии, представляют собой простейшие примеры задач, исследуемых в линейной алгебре. Такой подход позволяет последовательно перейти от изучения конкретных геометрических образов к построению абстрактных алгебраических конструкций с целью формирования у студентов элементов высокой математической культуры. При изучении «Аналитической геометрии» используются знания по математике в объеме программы средней общеобразовательной школы. Курс «Аналитическая геометрия» является составным элементом математического аппарата ряда курсов общей и теоретической физики. Знания, полученные при изучении курса «Аналитическая геометрия» широко применяются в курсе общей физики при изучении кинематики и динамики механического движения, электростатики, электричества и магнетизма, также в курсе теоретической механики, электродинамика.

### **Требования к уровню освоения содержания курса**

В результате изучения курса студент должен иметь представление:

- об основных понятиях аналитической геометрии;
- об области применения векторной алгебры и аналитического метода;
- об аксиоматическом подходе в геометрии;
- о системах координат на плоскости и в 3-х мерном пространстве.

Студент должен знать и уметь использовать:

- векторы и векторный анализ при решении широкого круга задач математики и физики
- понятия, представления и утверждения аналитической геометрии
- алгебраические формы для геометрических образов

основные методы решения задач

## 2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСОВ ПО ТЕМАМ И ВИДАМ РАБОТ

для студентов очного отделения

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных ед., 153 часа

| № | Тема, раздел                                                                                 | Всего часов | Аудиторные занятия |           |        | Самостоятельная работа студентов |          |                    |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|--------------------|-----------|--------|----------------------------------|----------|--------------------|
|   |                                                                                              |             | лекции             | семина.   | лабор. | СРС                              | КСР      | Вид КСР            |
| 1 | Комплексные числа. Определители. Системы уравнений                                           | 13          | 2                  | 4         |        | 6                                | 1        | Контрольная работа |
| 2 | Системы координат и преобразование декартовой системы координат. Векторы и векторная алгебра | 15          | 2                  | 4         |        | 8                                | 1        | Контрольная работа |
| 3 | Линейные образы на плоскости                                                                 | 14          | 2                  | 4         |        | 8                                |          |                    |
| 4 | Плоскости                                                                                    | 16          | 3                  | 6         |        | 6                                | 1        | Контрольная работа |
| 5 | Линии в пространстве                                                                         | 15          | 3                  | 6         |        | 6                                |          |                    |
| 6 | Линии 2-го порядка                                                                           | 18          | 3                  | 6         |        | 8                                | 1        | Контрольная работа |
| 7 | Поверхности 2-го порядка                                                                     | 17          | 3                  | 6         |        | 8                                |          |                    |
|   | Экзамен                                                                                      | 45          |                    |           |        |                                  |          |                    |
|   | <b>ВСЕГО</b>                                                                                 | <b>153</b>  | <b>18</b>          | <b>36</b> |        | <b>50</b>                        | <b>4</b> |                    |

## 3. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

### 3.1 *Общее содержание*

#### Тема 1. Комплексные числа. Определители. Системы уравнений

Операции над комплексными числами. Методы вычисления определителей 2-4 порядков. Решение систем линейных уравнений с 2-мя и 3-мя неизвестными.

#### Тема 2. Системы координат и преобразование декартовой системы координат. Векторы и векторная алгебра.

Основные понятия геометрии - точка, линия, поверхность и их комбинации. Декартовы координаты на прямой, на плоскости и в пространстве. Полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат. Вектор как направленный отрезок, свободный вектор. Параллельный перенос вектора. Параллельный перенос как отображение. Линейные операции над векторами - сложение векторов и умножение вектора на число и их свойства. Линейная зависимость векторов, геометрический смысл линейной зависимости. Коллинеарные и компланарные векторы. Понятие базиса и координат вектора на плоскости и в пространстве. Проекция вектора. Длина вектора. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов и

их свойства. Ортогональность векторов. Неравенство Коши - Буняковского. Векторное и двойное векторное произведения и их свойства. Смешанное произведение. Преобразования (движения) декартовых координат вектора на плоскости и в пространстве. Матрица поворота. Углы Эйлера.

### Тема 3. Линейные образы на плоскости

Общее уравнение прямой линии на плоскости. Уравнение прямой линии в векторной форме. Каноническое и параметрическое уравнения прямой.

Нормальное уравнение прямой линии. Уравнение прямой в отрезках. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Вектор нормали к прямой и уравнение прямой записанное через скалярное произведение. Угол между прямыми линиями, условия параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой линии. Уравнение пучка прямых линий. Уравнение биссектрисы угла. Условие пересечения трех прямых линий в одной точке.

### Тема 4. Плоскости

Общее уравнение плоскости в пространстве. Векторное, параметрическое и нормальное уравнения плоскости. Вектор нормали к плоскости, угол между плоскостями, расстояние точки до плоскости. Пучок плоскостей.

### Тема 5. Линии в пространстве

Прямая линия в пространстве. Векторное, каноническое и параметрическое уравнения прямой. Система двух уравнений с тремя неизвестными. Направляющий вектор прямой.

### Тема 6. Линии 2-го порядка

Общее уравнение линии на плоскости. Алгебраические линии 1-го и 2-го порядка. Способы задания линии. Уравнения линии в полярных координатах, примеры. Алгебраические линии 2-го порядка и их классификация. Канонические уравнения эллипса гиперболы и параболы. Определение линий 2-го порядка через фокус, директрису и эксцентриситет. Основные свойства. Второе определение линий 2-го порядка. Преобразование уравнения линии 2-го порядка при повороте системы координат, при параллельном переносе и инварианты. Центр линии 2-го порядка. Определение типа линии по инвариантам. Приведение уравнения линии к каноническому виду. Асимптоты гиперболы. Уравнения касательных. Эллипс, гипербола и парабола в полярных координатах и фокальный параметр.

### Тема 7. Поверхности 2-го порядка

Общее уравнение поверхности 2-го порядка и их классификация. Конус и цилиндр, и их направляющие. Центр поверхности. Плоские сечения эллипсоида и гиперболоида. Конические сечения

### **3.2 Темы семинарских занятий**

1. Основные понятия геометрии - точка, линия, поверхность и их комбинации.
2. Вектор как направленный отрезок, свободный вектор. Параллельный перенос вектора. Линейные операции над векторами - сложение векторов и умножение вектора на число и их свойства. Линейная зависимость векторов, геометрический смысл линейной зависимости. Коллинеарные и компланарные векторы. Понятие базиса и координат вектора на плоскости и в пространстве.
3. Проекция вектора. Длина вектора. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов и их свойства. Ортогональность векторов. Векторное и двойное векторное произведения и их свойства
4. Общее уравнение прямой линии на плоскости. Уравнение прямой линии в векторной форме. Каноническое и параметрическое уравнения прямой. Нормальное уравнение прямой линии. Уравнение прямой в отрезках. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Вектор нормали к прямой и уравнение прямой записанное через скалярное произведение. Угол между прямыми линиями, условия параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой линии. Уравнение пучка прямых линий. Уравнение биссектрисы угла. Условие пересечения трех прямых линий в одной точке. Общее уравнение плоскости в пространстве. Векторное, параметрическое и нормальное уравнения плоскости. Вектор нормали к плоскости, угол между плоскостями, расстояние точки до плоскости.
5. Прямая линия в пространстве. Векторное, каноническое и параметрическое уравнения прямой. Система двух уравнений с тремя неизвестными. Направляющий вектор прямой.
6. Общее уравнение линии на плоскости. Алгебраические линии 1-го и 2-го порядка. Способы задания линии. Уравнения линии в полярных координатах, примеры.
7. Алгебраические линии 2-го порядка и их классификация. Канонические уравнения эллипса гиперболы и параболы. Уравнения касательных. Эллипс, гипербола и парабола в полярных координатах и фокальный параметр.

### **3.3 Тематика заданий для самостоятельной работы**

Самостоятельная работа студентов (СРС) предполагает выполнение домашних контрольных работ, оцениваемых по 5-ти бальной системе. Эффективность СРС проверяется при выполнении двух курсовых контрольных работ, проводимых дополнительно в часы, отводимые на внеаудиторную работу. Каждое домашнее задание состоит из 2-х вариантов на одну группу.

Домашние задания по аналитической геометрии:

Задание №1 (19 задач).

1. Комплексные числа (по сборнику задач 1)  
Вариант А) 23а, 23b, 36а, 36b, 45а, 47а, 54а,  
Вариант Б) 23с, 23d, 36с, 36d, 45b, 47с, 54b,

2. Определители (по сборнику задач 1)

А) 128с, 155, 160, 163, 166, 179,

Б) 128е, 155, 161, 164, 168, 183,

3. Системы линейных уравнений и линейные формы (по сб. задач 1)

А) 335 339 343 400 406 414

Б) 336 340 345 404 409 415

Задачник (1) Фаддеев Д.К. Соминский Выпуск 1968 года “Сборник задач по высшей алгебре”  
Задание № 2 (15 задач).

1. Прямая линия (сб. задач ЦУБЕРБИЛЛЕР)

А) 206 211 260 305

Б) 208 213 261 306

2. Плоскость, прямая в пространстве (сб. задач ЦУБЕРБИЛЛЕР)

А) 780 797 815 823

Б) 781 799 816 827

3. Плоскость и прямая (сб. задач ЦУБЕРБИЛЛЕР)

А) 845 853 857

Б) 846 854 858

4. Векторная алгебра (сб. задач ЦУБЕРБИЛЛЕР)

А) 1173 1185 1191 1228

Б) 1174 1186 1192 1229

Задание № 3 (12 задач по сб. задач ЦУБЕРБИЛЛЕР).

1. Векторная алгебра

1157 1189 1197 1203 1224 1232 (сб. задач ЦУБЕРБИЛЛЕР)

2. Линии второго порядка (1) 323 383 434 498 540(1-5) 550(106).

**3.4 Примерный список вопросов к экзамену**

Экзамен по Аналитической геометрии проводится в письменной форме. При сдаче экзамена студентам предлагается 6 вариантов экзаменационных контрольных заданий, которые ежегодно обновляются. Каждое экзаменационное задание состоит из 4-х задач по всем основным темам задач. Следует отметить, что задачи, предлагаемые на экзамен, являются, в определенной степени, типовыми. Задачи достаточно сложны, однако методы их решения могут быть различными, в том числе весьма эффективными и качественными.

Ниже приведены варианты трех экзаменационных заданий.

**Вариант 1**

1. Составить уравнение плоскости, проходящую через точки  $M(1, 2, 3)$  и  $T(4, 5, 7)$  и перпендикулярную плоскости  $\pi : x - y + 2z - 4 = 0$

2. Найти проекцию точки  $A(2, -1, 0)$  на прямую  $L : \begin{cases} 3x + 2y + 3 = 0 \\ x + y + z + 2 = 0 \end{cases}$ .

|                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3. Найти уравнение общего перпендикуляра к прямым $L_1$ и $L_2$ и расстояние между $L_1$ и $L_2$ . $L_1: \begin{cases} x = t + 5 \\ y = -t + 3 \\ z = t + 13 \end{cases}$ , $L_2: \begin{cases} x = t + 6 \\ y = 2t + 1 \\ z = -t + 10 \end{cases}$ |
| 4. Определить тип и каноническое уравнение линии 2-го порядка. Найти систему координат, в которой линия имеет канонический вид. Построить эскиз графика линии.<br>Уравнение линии: $F(x, y) = x^2 - xy + y^2 + x + y = 0$                           |

### Вариант 2

|                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Составить уравнение плоскости зная, что точки $M(4, 0, -3)$ и $T(1, -5, 2)$ расположены симметрично относительно этой плоскости.                                                                                                                 |
| 2. Найти точку, симметричную точке $M(1, 2, 3)$ относительно плоскости $\pi$ :<br>$2x - 3y + 5z - 68 = 0$                                                                                                                                           |
| 3. Через точку $A(4, 0, -1)$ провести прямую так, чтобы она пересекала две прямые $L_1$ и $L_2$ . Найти расстояние между $L_1$ и $L_2$ . $L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-5}{3}$ ; $L_2: \frac{x}{5} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}$ |
| 4. Определить тип и каноническое уравнение линии 2-го порядка. Найти систему координат, в которой линия имеет канонический вид. Построить эскиз графика линии.<br>Уравнение линии: $F(x, y) = 4xy - 3x^2 - 4y + 10x - 6 = 0$                        |

### Вариант 3

|                                                                                                                                                                                                                                        |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Найти расстояние от начала координат до плоскости, проходящей через точки $E(2, 0, 3)$ , $M(1, -3, 2)$ и $T(5, 1, -4)$                                                                                                              |
| 2. Найти проекцию точки $A(7, -7, 18)$ на плоскость $\pi: 2x - 3y + 5z - 68 = 0$ .                                                                                                                                                     |
| 3. Составить уравнение прямой, пересекающей прямые $L_1$ и $L_2$ по углом $90^\circ$ и расстояние между $L_1$ и $L_2$ . $L_1: \frac{x-6}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-10}{-1}$ ; $L_2: \frac{x+4}{-7} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-4}{3}$ |
| 4. Определить тип и каноническое уравнение линии 2-го порядка. Найти систему координат, в которой линия имеет канонический вид. Построить эскиз графика линии.<br>Уравнение линии:<br>$F(x, y) = x^2 - 12xy - 4y^2 + 12x + 8y + 5 = 0$ |

#### **4. ФОРМЫ ПРОМЕЖУТОЧНОГО И ИТОГОВОГО КОНТРОЛЯ**

Форма промежуточного контроля – курсовые контрольные работы.

Форма итогового контроля – экзамен.

Время, условия проведения и система оценок при итоговом контроле соответствуют стандартным рамкам проведения сессии на физическом факультете ФГБОУ ВПО «ИГУ».

#### **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КУРСА**

Интернет-источники: сайт университета [www.isu.ru](http://www.isu.ru), электронная библиотека [elibrary.ru](http://elibrary.ru).

Оборудование: аудитория с мультимедийным оборудованием.

Материалы: учебно-методические пособия, тестовые задания, контрольные задания для аудиторной и самостоятельной работы студентов.

##### **ЛИТЕРАТУРА**

###### **Основная**

1. В.А.Ильин, Э.Г.Позняк «Аналитическая геометрия».М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.
2. В.В. Федорчук «Курс аналитической геометрии и линейной алгебры». - Издательство МГУ. 1990
3. П.С.Александров «Курс аналитической геометрии и линейной алгебры». – М.: Наука. Главная редакция физ.-мат. литературы, 1979.

###### **Дополнительная**

1. О.Н. Цубербиллер «Задачи и упражнения по аналитической геометрии». С.-Петербург: изд-во «Лань», 2007.
2. Л.А. Беклемишева и др. «Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре». М.; Наука. Главная редакция физ.-мат. литературы, 1987.
3. А.Н. Канатников, А.П. Крищенко «Аналитическая геометрия». Издат. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000.

**ЛИСТ ОБНОВЛЕНИЯ**

| Дата | Внесенные обновления | Подпись<br>автора | Подпись<br>зав.<br>кафедрой |
|------|----------------------|-------------------|-----------------------------|
|      |                      |                   |                             |

Программу составил Растегин Алексей Эдуардович, кандидат  
физико-математических наук,  
доцент кафедры теоретической физики



подпись

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры теоретической физики

дата 30.08.2004, протокол № 1

А.Н. Валл Валл А.Н.  
подпись зав. кафедрой

Согласовано: председатель УМК

В.А. Карнаков Карнаков В.А.