МИНОБРНАУКИ РОСИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Иркутский государственный университет»
(ФГБОУ ВПО «ИГУ»)

«Утверждаю»

Первый проректор,
проректор по учебной работе,
проф. И. Н. Гутник
«30» августа 20 11 г.

Физический факультет
Кафедра теоретической физики

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Линейная алгебра

Код дисциплины по учебному плану Б2.Б.1.3

Для студентов направления 210100.62 - “Электроника и наноэлектроника”

г. Иркутск

1. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

Обеспечиваемые компетенции

ОК-10: способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования.

ПК-1: способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики.

ПК-2: способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-математический аппарат.

ПК-5: способность владеть основными приемами обработки и представления экспериментальных данных.

ПК-17: способность осуществлять контроль соблюдения экологической безопасности.

Цель курса

Линейная алгебра изучает различные числовые множества и структуры, построенные на числовых множествах, линейные и евклидовые пространства, линейные и полилинейные функции и функционалы, операторный анализ, а также системы линейных уравнений и методы их решения.

Линейная алгебра по праву является основным элементом математического аппарата современной физики и, в частности, квантовой теории. Здесь вводятся такие фундаментальные понятия как линейное преобразование и линейный оператор, собственные значения и собственные функции (векторы) и т.п.

Целью курса «Линейная алгебра» является изучение основных математических понятий, представлений и их свойств, на основе которых создаются математические модели физических явлений и законов в линейном приближении. Знания, полученные при изучении курса «Линейной алгебры», с одной стороны, формируют математическую культуру, с другой, составляют основу естественнонаучного подхода исследования природных явлений.

Задачи курса

Данный курс призван решать следующие задачи:

- изучение и овладение методами решения математических задач, формулируемых и решаемых в линейной алгебре
- изучение методов и приемов математических доказательств теорем и утверждений

– формирование у студентов умений и навыков самостоятельного приобретения и применения знаний при исследовании и построении математических моделей;
– овладение студентами знаний по применению алгебры в различных разделах физики при экспериментальном и теоретическом исследовании физических явлений;
– усвоение студентами идей единства строения материи и неисчерпаемости процесса ее познания, понимание роли практики в познании.
– овладение практическими навыками и приемами вычислений определителей матриц, операций над матрицами, решения систем линейных алгебраических уравнений, законов преобразований векторов и матриц, решения характеристического уравнения, нахождения собственных векторов и собственных значений, операций над квадратичными формами, вычисления функций от матриц и т.д.

Программа ориентирована на развитие у студентов интереса к познанию таких математических объектов, как числовые множества, алгебраические структуры и их свойства. Приобретение навыков самостоятельного изучения фундаментальных основ науки и их приложений.

Место дисциплины в процессе подготовки бакалавра

При изучении «Линейной алгебры» используются знания, приобретенные при изучении «Аналитической геометрии» и «Математического анализа». Дисциплина «Линейная алгебра» является базовой для изучения таких дисциплин как «Дифференциальные и интегральные уравнения», «Методы математической физики», а также ряда дисциплин теоретической физики: «Теоретическая механика», «Квантовая теория» «Теория конденсированного состояния», а также большинства учебных дисциплин специализации «теоретическая физика».

Требования к уровню освоения содержания дисциплины.

В результате изучения дисциплины студент должен иметь представление:

- об основных понятиях линейной алгебры;
- об области применения методов линейной алгебры;
- об аксиоматическом подходе в математике и, в частности, в алгебре;

студент должен знать и уметь использовать:

- понятия, представления и утверждения алгебры
- доказательства основных теорем линейной алгебры
- основные методы вычислений и методы решения алгебраических задач

2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСОВ ПО ТЕМАМ И ВИДАМ РАБОТ

для студентов очного отделения

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных ед., 144 часа

№	Тема,раздел	Всего часов	Аудиторные занятия			Самостоятельная работа студентов		
			лекции	семин.	лабор.	СРС	КСР	Вид КСР
1	Матрицы и определители	18	3	6		8	1	Конт-рольная работа
2	Линейные пространства	18	3	6		8	1	Конт-рольная работа
3	Системы линейных уравнений	22	3	8		10	1	Конт-рольная работа
4	Евклидовы и унитарные пространства	20	3	6		10	1	Конт-рольная работа
5	Линейные операторы	18	3	4		10	1	Конт-рольная работа
6	Билинейные и квадратичные формы. Функции от матриц	21	3	6		12		Конт-рольная работа
	Экзамен	27						
	ВСЕГО	**144**	**18**	**36**		**58**	**5**	

3. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

3.1 Общее содержание

Тема 1. Матрицы и определители

1. Введение. Линейность в физике и математике. Матрицы, операции над матрицами, свойства операций. Транспонирование. Линейное преобразование. Блочные матрицы, прямая сумма матриц, алгебраические свойства прямой суммы. Коммутатор и антикоммутатор. След матрицы. Группа подстановок и симметрическая группа.

2. Определитель матрицы (два определения). Минор и алгебраическое дополнение. Два типа миноров. Теорема № 1 Лапласа. Основные свойства определителей. Определитель произведения матриц det(AB) = det(A)*det(B), Теорема №2. Обратная матрица, Теорема № 3. Матричные уравнения.

3. Линейная зависимость строк и столбцов матрицы, Теорема № 4. Ранг и базисный минор матрицы. Элементарные преобразования строк матрицы. Методы вычисления ранга: метод

элементарных преобразований и метод окаймляющих миноров. Теорема № 5 о базисном миноре. Ранг произведения матриц: Rang (AB). Теорема № 6 о det (A) = 0.

Тема 2. Линейное пространство

1. Линейное пространство, вещественное и комплексное. Основные примеры линейных пространств. Линейная комбинация и линейная зависимость векторов, теорема № 7. Размерность пространства. Базис и координаты. Примеры базисов. Единственность разложения вектора по базису, теорема № 8.
2. Подпространство и линейная оболочка системы векторов, размерность линейной оболочки. Прямая сумма линейных пространств, теорема № 9. Объединение и пересечение линейных пространств, теорема № 10 о размерности объединения пространств. Изоморфизм линейных пространств, теорема № 11. Преобразование координат вектора при преобразовании базиса.

Тема 3. Системы линейных уравнений

1. Системы линейных уравнений (СЛУ). Способы записи и их классификация. Совместность СЛУ, теорема № 12 Кронекера- Капелли. Крамеровские системы линейных неоднородных уравнений. Формула Крамера. Метод К.Гаусса решения системы линейных уравнений. Решение однородной СЛУ, тривиальное и нетривиальное решения, теорема № 13. Фундаментальная система решений однородной СЛУ. Общее решение, пространство решений. Свойства решений неоднородной и соответствующей однородной системы уравнений.

Тема 4. Евклидово и унитарное пространство

1. Система аксиом скалярного произведения. Комплексное и вещественное евклидовы пространства. Общий вид задания скалярного произведения конечномерного линейного пространство. Основные примеры задания скалярных произведений в различных линейных пространствах. Неравенство Коши - Буняковского. Примеры неравенств Коши - Буняковского. Определения угла между двумя векторами и нормы (длины) вектора. Нормированное пространство.
2. Ортогональность векторов и ортогональный базис, теорема № 14. Свойства ортогонального базиса. Метод ортогонализации Грама - Шмидта, теорема № 15. Матрица Грама. Геометрический смысл определителя матрицы Грама.

Тема 5. Линейные операторы в конечномерном линейном пространстве

1. Линейный оператор. Операции над линейными операторами и их свойства. Пространство линейных операторов. Матрица линейного оператора в конечномерном линейном пространстве. Ядро и образ линейного оператора, примеры. Теорема № 16 о сумме размерностей ядра и

образа. Ранг линейного оператора. Обратный оператор и условия существования обратного оператора.

2. Структура линейного оператора. Инвариантное пространство. Вид матрицы линейного оператора в случае существования инвариантных пространств. Одномерные инвариантные подпространства. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора, теорема № 17. Характеристическое уравнение и характеристический полином.

3. Спектр линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора, теорема № 18. Подобные матрицы и их свойства. Теорема № 19 о свойствах собственных векторов линейного оператора. Диагонализация матрицы линейного оператора, теорема № 20. *Понятие жордановой формы матрицы.*

4. Сопряженный оператор, теорема № 21. Эрмитов оператор и свойства операции эрмитово сопряжение. Свойство собственных векторов и собственных значений эрмитова оператора, теорема № 22. Унитарный (ортогональный) оператор и его основные свойства. Общий вид ортогонального оператора на плоскости.

Тема 6. Билинейные и квадратичные формы, функции от матриц

1. Билинейная и квадратичная формы. Полуторалинейная форма. Классификация квадратичных форм, критерий Сильвестра. Нормальный и канонический виды квадратичной формы. Преобразование квадратичной формы при преобразовании базиса, теорема № 23. Ранг квадратичной формы. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к сумме квадратов. Метод ортогонального преобразования квадратичной формы к каноническому виду, теорема № 24. Закон инерции. Одновременное приведение двух квадратичных форм к сумме квадратов, теорема № 25.

2. Спектральное разложение эрмитова оператора. Свойства проекционных операторов. Теорема № 26 Гамильтона - Кэли.

3. Функции от матриц. Полиномиальная матрица и минимальный полином. Интерполирующий полином Лагранжа - Сильвестра.

3.2 Темы семинарских занятий

1. Матрицы, операции над матрицами, свойства операций. Транспонирование. Линейное преобразование. Блочные матрицы, прямая сумма матриц, алгебраические свойства прямой суммы. Коммутатор и антикоммутатор. След матрицы.

2. Определитель матрицы. Минор и алгебраическое дополнение. Два типа миноров. Теорема № 1 Лапласа. Основные свойства определителей. Определитель произведения матриц det(AB) = det(A)*det(B), Теорема №2. Обратная матрица, Теорема № 3. Матричные уравнения.

3. Линейная зависимость строк и столбцов матрицы, Теорема № 4. Ранг и базисный минор матрицы. Элементарные преобразования строк матрицы.

4. Линейное пространство, вещественное и комплексное. Основные примеры линейных пространств. Линейная комбинация и линейная зависимость векторов, теорема № 7. Размерность пространства. Базис и координаты. Примеры базисов. Единственность разложения вектора по базису, теорема № 8.

5. Подпространство и линейная оболочка системы векторов, размерность линейной оболочки. Прямая сумма линейных пространств, теорема № 9. Объединение и пересечение линейных пространств, теорема № 10 о размерности объединения пространств. Изоморфизм линейных пространств, теорема № 11. Преобразование координат вектора при преобразовании базиса.

6. Системы линейных уравнений (СЛУ). Способы записи и их классификация. Совместность СЛУ, теорема № 12 Кронекера- Капелли. Крамеровские системы линейных неоднородных уравнений. Формула Крамера. Метод К.Гаусса решения системы линейных уравнений. Решение однородной СЛУ, тривиальное и нетривиальное решения, теорема № 13. Фундаментальная система решений однородной СЛУ. Общее решение, пространство решений. Свойства решений неоднородной и соответствующей однородной системы уравнений.

7. Система аксиом скалярного произведения. Комплексное и вещественное евклидовы пространства. Общий вид задания скалярного произведения конечномерного линейного пространство. Основные примеры задания скалярных произведений в различных линейных пространствах. Неравенство Коши - Буняковского. Примеры неравенств Коши - Буняковского. Определения угла между двумя векторами и нормы (длины) вектора. Нормированное пространство.

8. Ортогональность векторов и ортогональный базис, теорема № 14. Свойства ортогонального базиса. Метод ортогонализации Грама - Шмидта, теорема № 15. Матрица Грама. Геометрический смысл определителя матрицы Грама.

9. Линейный оператор. Операции над линейными операторами и их свойства. Пространство линейных операторов. Матрица линейного оператора в конечномерном линейном пространстве. Ядро и образ линейного оператора, примеры. Теорема № 16 о сумме размерностей ядра и образа. Ранг линейного оператора. Обратный оператор и условия существования обратного оператора.

10. Структура линейного оператора. Инвариантное пространство. Вид матрицы линейного оператора в случае существования инвариантных пространств. Одномерные инвариантные подпространства. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора, теорема № 17. Характеристическое уравнение и характеристический полином.

11. Сопряженный оператор, теорема № 21. Эрмитов оператор и свойства операции эрмитово сопряжение. Свойство собственных векторов и собственных значений эрмитова оператора, теорема № 22. Унитарный (ортогональный) оператор и его основные свойства. Общий вид ортогонального оператора на плоскости.

12. Билинейная и квадратичная формы. Полуторалинейная форма. Классификация квадратичных форм, критерий Сильвестра. Нормальный и канонический виды квадратичной формы. Преобразование квадратичной формы при преобразовании базиса, теорема № 23. Ранг квадратичной формы. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к сумме квадратов. Метод ортогонального преобразования квадратичной формы к каноническому виду, теорема № 24. Закон инерции. Одновременное приведение двух квадратичных форм к сумме квадратов, теорема № 25.

13. Спектральное разложение эрмитова оператора. Свойства проекционных операторов. Теорема № 26 Гамильтона - Кэли.

3. Функции от матриц. Полиномиальная матрица и минимальный полином. Интерполирующий полином Лагранжа - Сильвестра.

3.3 Тематика заданий для самостоятельной работы

1. Операции над матрицами, детерминант матрицы и его свойства.
2. Алгебраическое дополнение, формула Лапласа.
3. Обратная матрица, матричные уравнения, линейная комбинация строк матрицы, линейная зависимость строк матрицы, ранг матрицы, базисный минор, ранг произведения матриц.
4. Линейное пространство, линейная зависимость векторов, базис, координаты вектора, размерность пространства, изоморфизм, преобразование координат вектора.
5. Подпространство и линейная оболочка, прямая сумма пространств, классификация линейных уравнений, формула Крамера.
6. Фундаментальная система решений, общее решение однородной системы уравнений, свойство решений неоднородной системы уравнений, скалярное произведения, евклидово пространство (примеры).

3.4 Примерный список вопросов к экзамену

Операции над матрицами, детерминант матрицы и его свойства, минор без черты и с чертой, алгебраическое дополнения, формула Лапласа, обратная матрица, матричные уравнения, линейная комбинация строк матрицы, линейная зависимость строк матрицы, ранг матрицы, базисный минор, ранг произведения матриц, линейное пространство (примеры), линейная зависимость векторов, базис (примеры), координаты вектора, размерность пространства, изоморфизм, преобразование координат вектора, подпространство и линейная оболочка, прямая сумма пространств, классификация линейных уравнений, формула Крамера, фундаментальная система решений, общее решение однородной системы уравнений, свойство решений неоднородной системы уравнений, скалярное произведения, евклидово пространство (примеры).

Теорема 1 Лапласа о детерминанте (без доказательства)

Теорема 2 О детерминанте произведения матриц

Теорема 3 О существовании обратной матрицы

Теорема 4 О линейной зависимости строк

Теорема 5 О базисном миноре

Теорема 6 О детерминанте матрицы равном нулю

Теорема 7 О линейной зависимости векторов

Теорема 8 О координатах вектора в данном базисе

Теорема 9 Об изоморфизме линейных пространств

Теорема 10 О прямой сумме линейных пространств

Теорема 11 О размерности объединения и пересечения линейных пространств

Теорема 12 Кронекера – Капелли

Теорема 13 О решения однородной системы уравнений.

Теорема 14 О неравенстве Коши – Буняковского

Теорема 15 О свойстве ортогональной системы векторов

Теорема 16 О детерминанте матрицы Грама

Теорема 17 О существовании ортогонального базиса

4. ФОРМЫ ПРОМЕЖУТОЧНОГО И ИТОГОВОГО КОНТРОЛЯ

Форма промежуточного контроля – курсовые контрольные работы.

Форма итогового контроля – экзамен.

Время, условия проведения и система оценок при итоговом контроле соответствуют стандартным рамкам проведения сессии на физическом факультете ФГБОУ ВПО «ИГУ».

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КУРСА

Интернет-источники: сайт университета www.isu.ru, электронная библиотека elibrary.ru.

Оборудование: аудитория с мультимедийным оборудованием.

Материалы: комплекты контрольных заданий и заданий для самостоятельной работы студентов.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. “Линейная алгебра” - М. ФИЗМАТЛИТ, 2005.

2. Фаддеев Д.К. “Лекции по алгебре” – СПб: Издательство «Лань», 2007.

Сборники задач

1. Проскуряков М.В. “Сборник задач по линейной алгебре”, 2005.
2. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. “Задачи по высшей алгебре”, 2001.
3. Беклемишева Л.А. и др. “Сборник задач по линейной алгебре и аналитической геометрии”, 1987.
4. Кострикин А.И. “Сборник задач по алгебре”, 1987

Дополнительная

1. Курош А.Г. “Курс высшей алгебры”, 1975.
2. Шилов Г.Е. “Конечномерные линейные пространства”, 1969.
3. Канатников А.Н., Крищенко А.П. “Линейная алгебра”. Изд. МВТУ им. Баумана, 2002.
4. Беклемишев Д.В. “Курс аналитической геометрии и высшей алгебры”, 2005.
5. Кострикин А.И., Манин Ю.М. “Линейная алгебра и аналитическая геометрия”, 1980.
6. Гантмахер Ф.Э. “Теория матриц”, 1988.
7. Федорчук В.В. “Курс аналитической геометрии и линейной алгебры”, 1990.
8. Гельфанд И.М. “Лекции по линейной алгебре”, 1971.
9. Александров П.С. “Курс аналитической геометрии и высшей алгебры”, 1979.

ЛИСТ ОБНОВЛЕНИЯ

Дата	Внесенные обновления	Подпись автора	Подпись зав. кафедрой

Программу составил Карнаков Владимир Агафангелович, кандадат
физико-математических наук,
доцент кафедры теоретической физики

____
подпись

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры теоретической физики

дата 30.08.2011, протокол № 1 _______________ Валл А.Н.
подпись зав. кафедрой

Согласовано: председатель УМК _________ Карнаков В.А.