



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Иркутский государственный университет»
(ФГБОУ ВПО «ИГУ»)



Первый проректор,
проректор по учебной работе,
проф. И. Н. Гутник
« 16 » мая 2011 г.

Физический факультет
факультет (институт)

Кафедра общей и космической физики
кафедра

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Численные методы и математическое моделирование (модуль информатика)

наименование дисциплины по учебному плану

Код дисциплины по учебному плану

Б2.Б2.3: Численные методы и математическое
моделирование

Для подготовки бакалавров по направлению

011200.62 ФИЗИКА
код и наименование специальности

г. Иркутск

1. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

1.1. Обеспечиваемые компетенции. После изучения курса «Численные методы и математическое моделирование», согласно положениям федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования при подготовке бакалавра по направлению 011200 Физика, студент должен обладать следующими профессиональными компетенциями (ПК) и общекультурными компетенциями (ОК):

- способностью использовать базовые теоретические знания для решения профессиональных задач (ПК-1);
- способностью применять на практике базовые профессиональные навыки (ПК-2);
- способностью овладеть основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации, иметь навыки работы с компьютером как средством управления информацией (ОК-12);
- способностью использовать в познавательной и профессиональной деятельности навыки работы с информацией из различных источников (ОК-16);
- способностью использовать в познавательной и профессиональной деятельности базовые знания в области информатики и современных информационных технологий, навыки использования программных средств и навыков в компьютерных сетях; умением создавать базы данных и использовать ресурсы Интернет (ОК-17);
- способностью использовать нормативные правовые документы в своей деятельности (ОК-20);
- способностью понимать сущность и значение информации в развитии современного информационного общества, сознавать опасности и угрозы, возникающие в этом процессе, соблюдать основные требования информационной безопасности, в том числе защиты государственной тайны (ОК-21).

1.2. Цель курса – дать студентам представление о современных методах обработки информации и исследования явлений путем их численного моделирования на компьютерах, способствовать развитию их интеллектуальных, творческих способностей и критического мышления в ходе проведения исследований, анализа явлений, восприятия и интерпретации информации.

1.3. Для достижения данной цели были поставлены задачи:

- освоить приемы и методы программирования в операционной системе Window;
- изучить основы построения численной модели физического явления;
- освоить численные методы и основы математического моделирования.

1.4. Место дисциплины в процессе подготовки бакалавра. Одним из направлений модернизации российского образования является интеграция дисциплин математического и естественнонаучного цикла. Курс численных методов и математического моделирования соответствует этой концепции, т.к. при его изучении используются разделы и темы следующих дисциплин:

- основы физики (механика, молекулярная физика и термодинамика, электродинамика, атомная и ядерная физика);
- высшая математика (математический анализ, аналитическая геометрия, дифференциальное и интегральное исчисление, элементы вычислительной математики, теория вероятностей и математическая статистика)

2.РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСОВ ПО ТЕМАМ И ВИДАМ РАБОТ

для студентов очного отделения

В представленной ниже рабочей программе дисциплины «Численные методы и математическое моделирование» отражены все дидактические единицы стандарта.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зачётных ед., 111 часов.

№	Темы, разделы	Всего часов	Аудиторные занятия			Самост. работа		
			Лекции	Семин.	Лаб.	СРС	КСР	Вид КСР (*)
	ВВЕДЕНИЕ В МЕТОДЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ							
1	Приближенное решение трансцендентных уравнений.	14	2	4		8		
2	Методы вычислений определенных интегралов.	14	2	4		8		
3	Численное интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений в постановке задачи Коши.	15	2	4		8	1	СЗ
4	Численное решение линейных дифференциальных уравнений в задаче с краевыми условиями.	14	2	4		8		
5	Метод Монте-Карло в вычислительной математике.	4.5	0.5	2		2		
	ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ							
6	Формирование математических и компьютерных моделей.	1	1					
7	Примеры компьютерного моделирования в физике.	4	2			2		
8	Роль численных методов в компьютерном моделировании.	1	1					
	ПАКЕТ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ MODELLUS							
9	Структура и язык программирования пакета MODELLUS.	12	2	4		6		
10	Пакет MODELLUS в режиме расширенного калькулятора	8.5	0.5	4		4		
11	Реализация основных численных методов в пакете.	9	1	4		4		
12	Использование пакета MODELLUS для построения компьютерных моделей в физике.	14	2	6		5	1	СЗ
	Экзамен (зачет)							
	ВСЕГО	111	18	36		55	2	

* Примечание: контроль самостоятельной работы осуществляется при проверке созданной студентом компьютерной программы или модели из списка *семестровых заданий* (СЗ) по теме соответствующего раздела. Преподаватель оценивает работоспособность программы, её завершённость, гибкость, универсальность и рациональность. В зависимости от степени успеваемости студента и недочетов программы, даётся дополнительное задание.

3.СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

Рабочая программа по численным методам и математическому моделированию включает в себя дидактические единицы, рекомендуемые в федеральном государственном образовательном стандарте высшего профессионального образования при подготовке бакалавров по направлению 011200 Физика.

Выписка из ФГОС ВПО.

В результате изучения базовой части цикла Б.2 (математический и естественнонаучный цикл) студент должен знать основные положения теории информации, принципов построения систем обработки и передачи информации, основы подхода к анализу информационных процессов, современные аппаратные и программные средства вычислительной техники, принципы организации информационных систем, современные информационные технологии; уметь использовать математический аппарат для освоения теоретических основ и практического использования физических методов; использовать информационные технологии для решения физических задач; владеть навыками использования математического аппарата для решения физических задач; навыками использования информационных технологий для решения физических задач.

Модуль информатика в цикле Б.2 делится на три дисциплины:

- программирование,
- вычислительную физику,
- численные методы и математическое моделирование.

Студент должен обладать следующими компетенциями: ПК-1, ПК-2, ОК-12, ОК-16, ОК-17, ОК-20, ОК-21.

3.1 Общее (по всем темам)

Раздел 1. Введение в методы вычислительной математики.

Приближенное решение трансцендентных уравнений. Методы вычислений определенных интегралов. Численное интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений в постановке задачи Коши. Численное решение линейных дифференциальных уравнений в задаче с краевыми условиями. Метод Монте-Карло в вычислительной математике.

Раздел 2. Основы математического моделирования.

Формирование математических и компьютерных моделей. Примеры компьютерного моделирования в физике. Роль численных методов в компьютерном моделировании.

Раздел 3. Пакет компьютерного моделирования MODELLUS.

Структура и язык программирования пакета MODELLUS. Пакет MODELLUS в режиме расширенного калькулятора. Реализация основных численных методов в пакете. Использование пакета MODELLUS для построения компьютерных моделей в физике.

3.2 Темы семинарских занятий

- Введение в методы вычислительной математики
- Пакет компьютерного моделирования MODELLUS

3.3 Тематика заданий для самостоятельной работы

Каждое задание предполагает написание студентом программы в среде Delphi и/или в пакете MODELLUS на заданную тему, отладка и защита ее. При необходимости провести исследование полученной модели путем изменения параметров задачи. За выполнение задания студент получает определенное количество баллов. Однотипные задания собраны в разделы. Для получения зачета в семестре необходимо набрать 20 баллов, выполнив хотя бы по одному заданию из каждого раздела. Текст заданий приведён ниже.

I. Введение в методы вычислительной математики

1. Найти корень уравнения $\sin(x)=0.5$ на интервале от 0 до 1 с относительной ошибкой, не превышающей 1%. Решение получить двумя способами: 1 - использовать метод половинного деления; 2 – использовать метод хорд. Убедиться в том, что для оптимально написанных программ метод хорд более эффективен по быстродействию. Подтверждением этому должен служить тот факт, что для достижения одинаковой точности во втором методе требуется меньшее число обращений к функции (в данном случае к функции $\sin(x)$).
2. Методом трапеций и методом Симпсона вычислить с заданной точностью определенный интеграл:

$$\int_0^{\pi} \sin(x) dx.$$

Убедиться в том, что метод Симпсона дает более точное значение интеграла по сравнению с методом трапеций при одинаковом числе разбиений интервала интегрирования.

3. Решить дифференциальное уравнение $y'=y$ на интервале от 0 до 2 с начальным условием $y(0)=1$ методом Эйлера и по неявной схеме. Сравнить оба численных решения с точным $y=\exp(x)$ путем построения графиков решений. Предусмотреть возможность изменения величины шага интегрирования, и убедиться в том, что с уменьшением шага точность улучшается.

4. Методом Рунге-Кутты четвертого порядка решить дифференциальное уравнение:

$$\frac{dy}{dx} = xy$$

с начальным условием $y(0)=1$ на интервале от 0 до 1. Построить графики численного решения и точного решения:

$$y = e^{x^2/2}.$$

5. Составить программу, вычисляющую функцию $\sin(x)$ с помощью разложения в функции в ряд Тейлора. Вычисление функции должно быть выполнено с заданной относительной точностью.
6. Для рассмотренной в пособии [2] системы найти с помощью метода Монте-Карло ее коэффициент готовности, если коэффициенты готовности элементов заданы следующими числами: $d_1=0.8$, $d_2=0.7$, $d_3=0.5$, $d_4=0.8$, $d_5=0.7$. Определить зависимость относительной ошибки результата от числа испытаний, если точное значение коэффициента готовности, в данном случае, равно 0.84.
7. Методом Монте-Карло вычислить двойной интеграл:

$$\iint (x^2 + y^2) dx dy$$

для области интегрирования, заданной следующими неравенствами:

$$x \leq 0, \quad y \leq 0, \quad x^2 + y^2 \leq 4.$$

Определить количество испытаний, требующееся для достижения относительной точности 0.01.

8. Найти точку, доставляющую минимум функции двух переменных:

$$f(x, y) = x^2 - \sqrt{y} + y \sin(2x) + 2.5$$

при ограничениях:

$$y \geq 1, \quad x^2 + y^2 \leq 9, \quad 2x + 3y \geq 4.$$

9. Методом прогонки решить следующую краевую задачу:

$$x \frac{d^2 y}{dx^2} + 2 \frac{dy}{dx} - xy = e^x, \quad y(1) = 0, \quad y(2) = 1.$$

Построить графики численного решения и точного решения:

$$y = \frac{e^x}{2} + \frac{C_1 e^x - C_2 e^{-x}}{x},$$

где

$$C_1 = \frac{5 - 2e^2}{2(e^2 - 1)}, \quad C_2 = (C_1 + \frac{1}{2})e^2.$$

Проанализировать зависимость точности численного решения от числа разбиений интервала, на котором ищется решение.

II. Пакет компьютерного моделирования MODELLUS

1. Установить итерационный режим работы с выполнением 1 шага. В окне таблицы вывести значение квадратного корня из 2 с шестью знаками после запятой.

2. С помощью инструмента CASE организовать вычисление квадратных корней из 2, 3 и 5 (в одной модели).
3. С использованием показательной функции и инструмента CASE вычислить значения $10^{0.5}$, $10^{1.3}$ и $10^{2.2}$. Результаты представить в экспоненциальной форме (типа 1.3456e11) с 4 знаками после запятой в мантиссе числа.
4. Вычислить значения $\sin(30^\circ)$ и $\cos(\pi/4)$ с 4 знаками после запятой.
5. В неитеративном режиме создать таблицу квадратов натуральных чисел от 0 до 11. В таблице значения должны быть представлены в целочисленном формате.
6. В одной таблице представить значения функций $\sin(t)$ и $\cos(t)$ для t , изменяющимся от 0° до 30° с шагом 1° .
7. С помощью инструмента CASE составить таблицу функций $\sin(x)$ или $\cos(x)$, при x , изменяющемся от 0 до $\pi=3.14$, с шагом 0.314. Использовать итерационный режим. Для переключения от синуса к косинусу в инструменте CASE воспользоваться тем, что $\sin(x+\pi/2)=\cos(x)$.
8. Определить, при каком значении t выражение $(1+1/t)^t$ приближенно равняется неперовому числу $e=2.72$ (именно с точностью до второго знака).
9. Вычислить функцию e^x , как сумму 20 членов ряда $1+x+x^2/2!+x^3/3!+\dots$. Очередной член ряда вычисляется через предыдущий по формуле $a_{i+1}=a_i*x/(i+1)$. Рассчитать e^1 и $e^{0.5}$.
10. Разработать модель, позволяющую рассчитывать факториалы целых чисел. Проанализировать, до каких значений можно считать факториал, если его значение выводится в таблицу в целочисленном формате.
11. Рассмотреть, как реагирует система при выводе результатов в таблицу при «аварийных ситуациях»: извлечение квадратного корня из отрицательного числа, вычисление арксинуса от аргумента, большего единицы, деление на 0.
12. Построить график функции $y=\sin(x)$ при x , изменяющемся от 0 до 6π . Использовать а) автоматическую настройку отображения графика `adjust` и ручную установку пределов изменения x и y в опциях окна графика.
13. Используя инструмент CASE, построить в одном графическом окне 5 синусоид, отличающихся начальной фазой.
14. Проиллюстрировать графически явление биений – построить график суммы двух колебаний с одинаковой амплитудой и близкими частотами. Рассмотреть к чему приводит отличие в амплитудах колебаний.
15. Используя параметрическое задание функций, построить окружность и эллипс с отношением осей 2:1 и 1:2.
16. Построить фигуры Лиссажу при отношении частот колебаний 1:2, 3:1 и 1: $\sqrt{2}$.
17. С использованием управляющей конструкции `if( )then()` построить график функции $y=\text{abs}(x)$ при x изменяющемся от -1 до $+1$.
18. Используя средства вычисления производных вывести в одно графическое окно графики функций $y(x)$, $dy(x)/dx$ и $d^2y(x)/dx^2$ для функции $y=x^3$. Графики построить в пределах $-2 < x < 2$.
19. С помощью построения графика найти приближенное решение уравнения $\sin(x)=0.2$ в первом квадранте. Прodelать то - же самое, но с использованием таблицы.
20. Рассмотреть, как реагирует система при выводе результатов на график при «аварийных ситуациях»: извлечение квадратного корня из отрицательного числа, вычисление арксинуса от аргумента, большего единицы, деление на 0.
21. Построить график случайного процесса, в котором независимой переменной является t , а значение случайной функции задается генератором случайных чисел `rnd(1)`, равномерно распределенных в интервале от 0 до 1.
22. Оценить качество генератора случайных чисел, «набросав» в квадрат со сторонами $10*10$ тысячу точек со случайными координатами x и y , задаваемыми генератором `rnd(10)`. Качество генератора определяется степенью хаотичности заполнения квадрата случайными точками.
23. Найти математическое ожидание (среднее значение) 200 случайных чисел, сформированных генератором `rnd(1)`. Воспользоваться рекуррентным соотношением $M_{k+1}=(M_k*k+x_{k+1})/(k+1)$, позволяющим вычислить среднее для $k+1$ чисел через среднее

для предыдущих k чисел и очередное $k+1$ – е число x_{k+1} . Убедиться в том, что среднее значение для этого генератора равно 0.5.

24. Случайные числа **rnd**(1)-0.5 имеют нулевое среднее значение. Тогда дисперсия N таких случайных величин x_i определяется по формуле $D_N = \sum x_i^2 / N$. Вывести рекуррентное соотношение, позволяющее вычислить дисперсию $N+1$ чисел через дисперсию N чисел и очередное $N+1$ – е число. Найти дисперсию для 200 случайных чисел, сформированных указанным генератором с нулевым средним.
25. Методом деления отрезка пополам найти решения уравнений $\sin(x)-0.5=0$ и $\cos(x)-0.5=0$ с относительной ошибкой, не превышающей 0.001.
26. Вычислить приближенное значение определенного интеграла

$$\int_0^2 t^2 dt$$

методом трапеций с разбиением интервала интегрирования на 100 одинаковых отрезков.

27. Построить графики решения дифференциального уравнения $dy/dx=y$ на интервале $0 \leq x \leq 1$ при начальном значении $y(x=0)=1$. Найти численные решения по методу Эйлера, по неявной схеме и аналитическое решение уравнения.
28. С использованием метода МОНТЕ-КАРЛО вычислить значение двойного интеграла

$$\iint (x^2 + y^2) dx dy$$

если областью интегрирования является четверть круга радиуса 2 с центром в начале координат.

29. Построить графики решения дифференциального уравнения $dy/dt=-yt$ при начальном значении $y(t=0)=1$ на интервале изменения t от 0 до 3. Использовать встроенные в MODELLUS средства решения дифференциальных уравнений и аналитическое решение $y=e^{-t^2/2}$.
30. Получить решение уравнения затухающих колебаний $y'' - 2gy' + y = 0$ с начальными условиями $y(t=0)=1$, $y'(t=0)=0$ на интервале t от 0 до 15. Необходимо преобразовать уравнение в систему двух уравнений первого порядка. Использовать встроенные средства пакета. Подобрать параметр g таким образом, чтобы на графике было четко видно затухание колебаний.
31. Разработать модель движения тела, брошенного вверх под углом к горизонту с учетом сопротивления воздуха. С помощью графического отображения траектории подобрать начальную скорость тела (при фиксированном угле), обеспечивающую падение тела на заданную дальность.
32. Разработать модель движения тела в центральном гравитационном поле. Продемонстрировать графически возможность реализации эллиптических и параболических траекторий, в зависимости от начальной скорости.

3.4 Примерный список вопросов к зачету

- Приближенное решение трансцендентных уравнений
- Методы вычислений определенных интегралов
- Численное интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений в постановке задачи Коши.
- Численное решение линейных дифференциальных уравнений в задаче с краевыми условиями.
- Метод Монте-Карло в вычислительной математике.
- Формирование математических и компьютерных моделей.
- Структура и язык программирования пакета MODELLUS.
- Реализация основных численных методов в пакете.
- Использование пакета MODELLUS для построения компьютерных моделей в физике.

4. ФОРМЫ ПРОМЕЖУТОЧНОГО И ИТОГОВОГО КОНТРОЛЯ:

Форма текущего контроля – выполнение семестровых заданий. В течение семестра студент выполняет задания, за каждой из которых получает соответствующие баллы. Каждое задание предполагает написание студентом программы на заданную тему, отладка и защита ее. При необходимости провести исследование полученной модели путем изменения параметров задачи. За выполнение задания студент получает определенное количество баллов. Однотипные задания собраны в разделы.

Форма промежуточного контроля – зачёт. Для получения зачета набрать 20 баллов за семестровые задания.

Форма итогового контроля, определенная учебным планом, - зачет.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Интернет-источники:

- На сайте научной библиотеки ИГУ, <http://library.isu.ru/ru>, есть доступ к электронно-библиотечной системе (ЭБС) «Библиотех».
- Страница кафедры http://www.physdep.isu.ru/kaf/kos_phis.htm: выложены задания по информатике, методические описания.
- На сайте федерального Интернет-экзамена в сфере профессионального образования (ФЭПО), <http://www.fepo.ru/>, студенты проходят тестирование, направленное на проверку выполнения требований Государственных образовательных стандартов.
- Справочник «Основы Delphi» <http://delphibasics.ru/>.
- Мастера DELPHI <http://www.delphimaster.ru/>.
- КОРОЛЕВСТВО Дельфи | Виртуальный клуб программистов <http://delphikingdom.com/>.
- Сайты пакетов программирования, используемых на практических занятиях (<http://modellus.fct.unl.pt/>, <http://www.wolfram.com/>)

5.2. Оборудование: 2 дисплейных класса с современной вычислительной техникой. Компьютеры имеют доступ к локальной сети университета и выход в Интернет.

5.3. Материалы. На каждом компьютере установлены следующие программные пакеты: Borland Delphi, Borland C++, Mathematica, Modellus, MathLab, PCAD. Имеются списки заданий и методическое руководство в электронном и печатном виде.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Красов, В.И. Компьютерные технологии в физике. Часть 1. Компьютерное моделирование физических процессов: Учеб. пособие / В.И.Красов, И.А.Кринберг, В.Л.Паперный. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – Иркутск: ИГУ, 2007. – 126 с: ил. ; 20х15 см. - Библиогр.: с. 126. – 150 экз. – ISBN 978-59624-0148-5.
2. Иванов В.Б. . Компьютерное моделирование и программирование. Часть 1. Основы компьютерного моделирования. Изд. Иркутского университета. 2003. 60 экз.
3. Иванов В.Б. Компьютерное моделирование и программирование. Часть 3. Инструментальные средства моделирования. Изд. Иркутского университета. 2003. 60 экз.

Дополнительная

4. Аладьев, В.З. Основы информатики: учебное пособие / В.З. Аладьев, Ю.Я. Хунт, М.Л. Шишаков. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ИИД ФилинЪ, 1999. – 545 с. - ISBN 5-89568-131-X
5. Марченко, А.И. Программирование в среде Turbo-Pascal 7.0. / А.И. Марченко, Л.М. Марченко. - 5-е изд., перераб. и доп. –Киев: Век+, 1999. – 464 с. - ISBN 5-88547-069-3.
6. Александровский А.Д. Delphi 5. Разработка корпоративных приложений / А.Д. Александровский. –М.: ДМК Пресс, 2000. – 512 с. - ISBN 5-89818-089-3.
7. Фаронов, В.В. Система программирования Delphi: Учебное пособие / В.В. Фаронов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – 888 с. : ил. + 1 эл. гиб. диск. - Библиогр.: с. 871-872. - ISBN 5-94157-294-8.
8. Surhone, Lambert M. Modellus / Lambert M Surhone, Mariam T Tennoe, Susan F Henssonow. – М: Книга по Требованию, 2011. – 92 с. - ISBN: 978-6-1345-3494-9.

ЛИСТ ОБНОВЛЕНИЯ

Дата	Внесенные обновления	Подпись автора	Подпись зав. кафедрой

Программу составил

кандидат физико-математических наук

доцент кафедры общей и космической физики

Красов Виктор Иванович


подпись

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры:

протокол №9

Общей и космической физики

наименование кафедры

« 11 » 05 20 11 г.

дата

Паперный В.Л.

зав.кафедрой, ФИО


подпись

Согласовано: председатель УМК

В.А. Карнаков

ФИО председателя УМК


подпись