

Министерство образования Российской Федерации
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ТЕЛ
ГИДРОСТАТИЧЕСКИМ ВЗВЕШИВАНИЕМ**

Методические рекомендации

Иркутск 2003

Печатается по решению научно-методического совета
Иркутского государственного университета

Предназначены для студентов 1 и 2 курсов естествен-
ных факультетов.

Библиогр. 2 назв. Ил. 2. Табл. 1.

Составитель к. х. н., доц. Т. Э. Московская
(кафедра общей и космической физики)

Рецензент д. ф.-м. н., проф. Щербаченко Л. А.

Московская Татьяна Эдуардовна

Определение плотности тел
гидростатическим взвешиванием

Подписано в печать 01.03.03. Формат 60x90 1/16.
Бумага писчая. Печать офсетная. Гарнитура Times.
Усл.печ.л. 1,2. Уч.-изд.л. 1,0. Тираж 150 экз. План 2003 г.
Поз. 30.

Редакционно-издательский отдел
Иркутского государственного университета

$$\Delta\rho_{\text{ж}}(P_3) = \frac{\partial\rho_{\text{ж}}}{\partial P_3} \cdot \Delta P_3 = \frac{\rho_0}{P_2 - P_1} \cdot \Delta P_3;$$

$$\Delta\rho_{\text{ж}}(\rho_0) = \frac{\partial\rho_{\text{ж}}}{\partial\rho_0} \cdot \Delta\rho_0 = \frac{P_1 - P_3}{P_1 - P_2} \cdot \Delta\rho_0;$$

Ошибки ΔP_i соответствуют погрешности взвешивания на аналитических весах, а погрешность $\Delta\rho_0$ определяется по таблицам.

Вычислить все частные погрешности плотности жидкости и оценить, какой из измеряемых параметров дает наибольшую ошибку.

Определить суммарную ошибку $\rho_{\text{ж}}$ по формуле:

$$\Delta\rho_{\text{ж}} = \sqrt{\left(\frac{\partial\rho_{\text{ж}}}{\partial P_1} \cdot \Delta P_1\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho_{\text{ж}}}{\partial P_2} \cdot \Delta P_2\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho_{\text{ж}}}{\partial P_3} \cdot \Delta P_3\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho_{\text{ж}}}{\partial\rho_0} \cdot \Delta\rho_0\right)^2}$$

и записать результат в виде:

$$\rho_{\text{ж}} = \rho_{\text{ж}} + \Delta\rho_{\text{ж}}.$$

Цель работы

1. Знакомство с методом определения плотности твердых и жидких тел гидростатическим взвешиванием.
2. Получение навыков работы с аналитическими весами.

Основные приборы и принадлежности

Аналитические весы, набор разновесок, скамейка к весам, стеклянный стаканчик, тонкая проволока, фильтровальная бумага, дистиллированная вода, исследуемые твердое тело и жидкость.

Плотность вещества

Плотностью вещества называется физическая величина, равная массе вещества в единице его объема

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1)$$

В Международной системе единиц (СИ) плотность измеряется в $\text{кг}/\text{м}^3$.

Выражение (1) справедливо лишь для однородных тел. В неоднородных телах плотность различных участков различна. В этом случае выбирают малый объем ΔV , внутри которого тело можно считать однородным. Тогда $\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}$,

или в пределе (при $\Delta V \rightarrow 0$) $\rho = \frac{dm}{dV}$.

Обычно масса тела измеряется путем взвешивания на рычажных или пружинных весах. При использовании рычажных весов неизвестная масса непосредственно сравнивается с эталонной массой гирь. При равенстве этих масс весы уравновешиваются.

В пружинных весах испытуемое тело действует на упругую пружину, растягивая ее. При градуировке весов пружину нагружают известными массами и отмечают получае-

мые растяжения. Во время взвешивания величина растяжения пружины позволяет определить массу взвешиваемого тела.

Необходимо отметить, что результат взвешивания на пружинных весах существенно зависит от условий взвешивания. Если подвес или опора вместе с телом покоятся или движутся без ускорения относительно Земли, то вес тела равен его силе тяжести (рис. 1)

$$P = mg \quad (2)$$

Предположим, что весы установлены в лифте, движущемся вниз с постоянным ускорением \bar{a} (рис. 2).

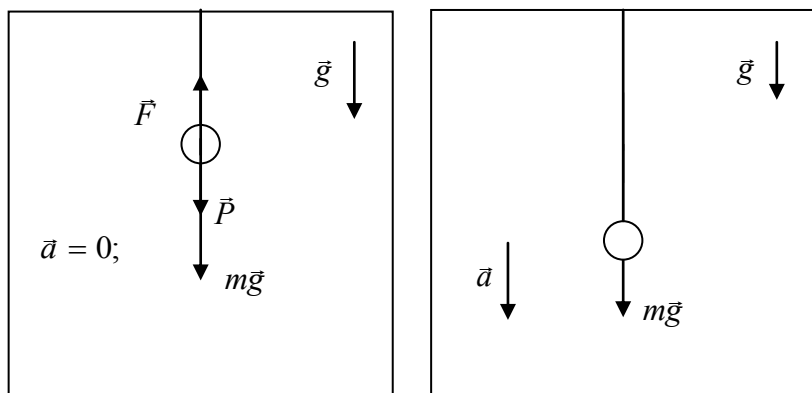


Рис. 1

Рис. 2

В соответствии со вторым законом Ньютона

$$m\bar{a} = \vec{F} + m\vec{g} ,$$

где \vec{F} - сила натяжения пружины или вес тела, $m\vec{g}$ - сила притяжения тела Землей. Спроектируем это уравнение на вертикальную ось

$$-ma = F - mg \quad \text{или} \quad F = m(g - a)$$

Из полученного выражения следует, что сила натяжения пружины (F), а, следовательно, и показание весов будут зависеть от величины ускорения \bar{a} . Так, при свободном па-

$$\Delta\rho_{mв.м.} = \sqrt{\left(\frac{\partial\rho_{mв.м.}}{\partial P} \cdot \Delta P\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho_{mв.м.}}{\partial P_1} \cdot \Delta P_1\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho_{mв.м.}}{\partial P_2} \cdot \Delta P_2\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho_{mв.м.}}{\partial \rho_0} \cdot \Delta \rho_0\right)^2} .$$

Записать окончательный результат в виде:

$$\rho_{mв.м.} = \rho_{mв.м.} + \Delta\rho_{mв.м.} .$$

Расчет погрешности для плотности жидкости.

По аналогии с методикой вычисления погрешностей плотности твердого тела вычислить частные производные $\rho_{жс}$ по всем параметрам (P_1, P_2, P_3, ρ_0), входящим в расчетную формулу (4):

$$\rho_{жс} = \frac{P_1 - P_3}{P_1 - P_2} \cdot \rho_0 .$$

Используя полученные выражения производных, запишем выражения для погрешностей, вносимых каждым из параметров:

$$\Delta\rho_{жс}(P_1) = \frac{\partial\rho_{жс}}{\partial P_1} \cdot \Delta P_1 = \rho_0 \cdot \frac{P_3 - P_2}{(P_1 - P_2)^2} \cdot \Delta P_1 ;$$

$$\Delta\rho_{жс}(P_2) = \frac{\partial\rho_{жс}}{\partial P_2} \cdot \Delta P_2 = \rho_0 \cdot \frac{P_1 - P_3}{(P_1 - P_2)^2} \cdot \Delta P_2 ;$$

Вычислим производные $\rho_{mв.м.}$ по всем параметрам, входящим в расчетную формулу, и соответствующие им частные погрешности:

$$\Delta\rho_{mв.м.}(P) = \frac{\partial\rho_{mв.м.}}{\partial P} \cdot \Delta P = \frac{\rho_0}{P_1 - P_2} \cdot \Delta P;$$

$$\Delta\rho_{mв.м.}(P_1) = \frac{\partial\rho_{mв.м.}}{\partial P_1} \cdot \Delta P_1 = -\frac{\rho_0 \cdot P}{(P_1 - P_2)^2} \cdot \Delta P_1;$$

$$\Delta\rho_{mв.м.}(P_2) = \frac{\partial\rho_{mв.м.}}{\partial P_2} \cdot \Delta P_2 = -\frac{\rho_0 \cdot P}{(P_1 - P_2)^2} \cdot \Delta P_2;$$

$$\Delta\rho_{mв.м.}(\rho_0) = \frac{\partial\rho_{mв.м.}}{\partial\rho_0} \cdot \Delta\rho_0 = \frac{P}{P_1 - P_2} \cdot \Delta\rho_0;$$

Здесь ΔP , ΔP_1 , ΔP_2 - ошибки взвешивания, зависящие от точности аналитических весов; $\Delta\rho_0$ - ошибка определения плотности дистиллированной воды, определяемая из таблиц.

Подставив значения ΔP , ΔP_1 , ΔP_2 и $\Delta\rho_0$ в вышеприведенные формулы, вычислить частные погрешности плотности $\rho_{mв.м.}$. Проанализировать полученные величины и выделить параметр, измерение которого дает наибольшую погрешность в расчет плотности твердого тела.

Используя закон сложения случайных ошибок, вычислить суммарную приборную ошибку по формуле:

дении лифта, когда $a = g$, натяжение пружины исчезнет ($F = 0$) и указатель весов установится на нуле.

При подъеме лифта с ускорением \bar{a} сила натяжения пружины окажется равной

$$F = m(g + a),$$

т.е. показания весов вновь не будут соответствовать истинному весу тела.

В противоположность этому ускоренное движение рычажных весов не влияет на результат взвешивания. В этом случае взвешиваемое тело и гири движутся с одинаковым ускорением, т.е. силы, с которыми они действуют на плечи весов, останутся равными, а, значит, будут равны и связанные с ними массы.

Правила работы с аналитическими весами

В данной работе взвешивания проводятся с помощью аналитических весов. Весы состоят из равноплечного рычага, называемого коромыслом, опирающегося на твердую призму. На концах коромысла подвешены чаши, на которые устанавливаются грузы и разновески. Для определения положения коромысла к середине коромысла перпендикулярно ему прикреплен стрелка, конец которой движется перед шкалой. При уравновешенном горизонтальном положении коромысла стрелка должна указывать на нулевое деление шкалы. В нерабочем состоянии весы арретируются с помощью ручки, расположенной на передней панели основания весов. При арретировании коромысло весов приподнимается и неподвжно закрепляется.

Проводя взвешивание, соблюдайте следующие правила:

1. Грузы и разновески устанавливайте на чаши арретированных весов, открывая боковые дверцы. Нагрузки должны располагаться как можно ближе к центру чашек.

Внимание! Все перемещения грузов проводятся на арретированных весах.

2. Разновески следует брать пинцетом, а после снятия с весов укладывать их в ящик на свое место. Разновески до 10 мг навешивайте на коромысло с помощью рейтера.

3. Арретирование и освобождение весов проводите плавно, без рывков.

4. После окончания взвешивания арретируйте весы, снимите нагрузку, закройте боковые дверцы.

Метод гидростатического взвешивания для определения плотности

Из формулы (1) следует, что для определения плотности тела необходимо знать его массу и объем.

Вес тела определяется путем взвешивания тела на аналитических весах, дающих погрешность 0.2 мг.

Определение объема твердого тела. Исследуемое тело имеет неправильную форму, поэтому прямое вычисление его объема невозможно. В данной лабораторной работе для определения объема тела используется метод гидростатического взвешивания. В основе этого метода лежит закон Архимеда, который гласит: *на всякое тело, погруженное в жидкость или газ, действует выталкивающая (архимедова) сила, равная весу вытесненной телом жидкости или газа. Сила Архимеда приложена к центру масс тела и направлена вертикально вверх.*

Метод гидростатического взвешивания заключается в следующем. Тело взвешивают в воздухе, а затем погружают его в дистиллированную воду и взвешивают в воде. При погружении тела в жидкость его вес (но не масса) уменьшается на величину силы Архимеда. Так как, сила Архимеда равна весу вытесненной жидкости, то, зная плотность жидкости при температуре опыта (из таблиц), можно определить ее объем, который, в свою очередь, равен объему полностью погруженного тела.

из которых следует, что $P_1 - P_2 = V(\rho_0 - \lambda)g$, и тогда

$$V = \frac{P_1 - P_2}{(\rho_0 - \lambda)g}.$$

Таким образом, поправленная плотность твердого тела равна

$$\begin{aligned} \rho_{исп.тв.т} &= \frac{P + \frac{(P_1 - P_2) \cdot \lambda \cdot g}{(\rho_0 - \lambda) \cdot g}}{(P_1 - P_2) + \frac{(P_1 - P_2) \cdot \lambda \cdot g}{(\rho_0 - \lambda) \cdot g}} \cdot \rho_0 = \frac{P}{P_1 - P_2} (\rho_0 - \lambda) = \\ &= \rho_{тв.т} + \lambda \cdot \left(1 - \frac{P}{P_1 - P_2}\right) = \rho_{тв.т} + \lambda \cdot \left(1 - \frac{\rho_{тв.т}}{\rho_0}\right). \end{aligned}$$

Поправленная плотность исследуемой жидкости будет вычисляться по формуле:

$$\rho_{исп.ж} = \rho_{ж} + \left(1 - \frac{\rho_{ж}}{\rho_0}\right).$$

Приложение 2

Расчет погрешности для плотности твердого тела.

Расчет плотности твердого тела проводится по формуле (3):

$$\rho_{тв.т} = \frac{P}{P_1 - P_2} \cdot \rho_0.$$

6. Будет ли зависеть результат взвешивания определенного тела от того, в каких условиях проводится взвешивание, если используются а) пружинные весы; б) рычажные весы?

Список литературы

1. Трофимова Т.И. Курс физики: Учеб. пособие для вузов.- М.: Высшая шк., 1994.- 542 с.
2. Физика для будущих студентов. Т. 1. Механика. Вып. 2. Динамика/ Под ред. Мякишева Г. Я.- М.: МИРОС, 1993.- 152 с.

Приложение 1

Вывод формул для поправок на потерю веса тел в воздухе.

Для вычисления исправленных значений плотности твердого тела ($\rho_{исп.тв.м}$) и жидкости ($\rho_{ж}$) необходимо ввести поправку на выталкивающую (архимедову) силу воздуха.

Обозначим символом λ плотность воздуха при температуре опыта. Тогда для исправленной величины плотности твердого тела можно записать:

$$\rho_{исп.тв.м} = \frac{P + V\lambda g}{P_1 - P_2 + V\lambda g} \cdot \rho_0,$$

где V - объем твердого тела, равный объему вытесненной им воды; $V\lambda g$ - вес вытесненного телом воздуха, ρ_0 - плотность дистиллированной воды.

Величина объема определяется из уравнений для веса тела в вакууме:

$$P_1 + V \cdot \lambda \cdot g = P_2 + V \cdot \rho_0 \cdot g,$$

Порядок выполнения работы

1. Взвесить исследуемое твердое тело в воздухе. Обозначить полученную величину веса через P (это неисправленный вес без поправки на потерю веса тела в воздухе).

2. Подвесить тело на тонкой проволоке необходимой длины на крючок левой чашки весов и определить массу тела с проволокой P_1 .

3. При арретированных весах установить скамейку над чашкой весов, поставить на нее стакан с достаточным количеством дистиллированной воды и погрузить в него исследуемое тело. Проследить, чтобы тело не касалось стенок и дна стакана, на поверхности тела не было пузырьков воздуха, и через поверхность воды проходила неперекрученная проволока (для уменьшения капиллярного действия). Уравновесив весы, получить вес тела с проволокой в воде P_2 .

Вес вытесненной телом воды будет равен разности $P_1 - P_2$, а ее объем, равный объему исследуемого тела, $V = \frac{P_1 - P_2}{g \rho_0}$, где ρ_0 - плотность дистиллированной воды

при температуре опыта.

После подстановки в формулу (1) выражения для объема V непоправленная плотность твердого тела определится по формуле:

$$\rho_{тв. м} = \frac{m}{V} = \frac{P}{P_1 - P_2} \cdot \rho_0 \quad (3)$$

Найти по таблицам значение плотности дистиллированной воды ρ_0 , соответствующее температуре помещения, и вычислить плотность исследуемого твердого тела.

4. Убрать со скамейки стакан с водой. Поверхность твердого тела высушить с помощью фильтровальной бумаги. Поставить на скамейку стакан с исследуемой жидкостью, по-

Таблица

погрузить в нее твердое тело. Определить вес твердого тела с проволокой, погруженного в исследуемую жидкость, P_3 .

Очевидно, что вес вытесненной телом жидкости будет равен $P_1 - P_3$. Как и в предыдущем случае, объем вытесненной жидкости равен объему твердого тела. Тогда непоправленная плотность жидкости определится как

$$\rho_{жс} = \frac{P_1 - P_3}{P_1 - P_2} \cdot \rho_0 \quad (4)$$

5. Полученные значения плотности твердого тела $\rho_{тв.м.}$ (3) и жидкости $\rho_{жс}$ (4) должны быть исправлены, так как при их выводе не учитывалась потеря веса тел в воздухе (сила Архимеда). Исправленные значения плотностей найдутся по следующим формулам:

$$\rho_{исп.тв.м} = \rho_{тв.м} + \lambda \cdot \left(1 - \frac{\rho_{тв.м}}{\rho_0} \right), \quad (5)$$

$$\rho_{исп.жс} = \rho_{жс} + \lambda \cdot \left(1 - \frac{\rho_{жс}}{\rho_0} \right), \quad (6)$$

где $\lambda = 1,2 \text{ кг/м}^3$ - плотность воздуха. Второй член этих формул называется поправкой плотности на потерю веса в воздухе.

Вывод формул (5) и (6) приведен в приложении 1.

6. Измеренные в опытах значения веса (выразить в ньютонах, умножив показания весов на величину ускорения свободного падения $\bar{g} = 9,8 \text{ м/с}$) и вычисленные плотности занести в таблицу:

н				кг/м ³		
P	P_1	P_2	P_3	$\rho_{тв.м}$	$\lambda \cdot \left(1 - \frac{\rho_{тв.м}}{\rho_0} \right)$	$\rho_{исп.тв.м}$
				$\rho_{жс}$	$\lambda \cdot \left(1 - \frac{\rho_{жс}}{\rho_0} \right)$	$\rho_{исп.жс}$

7. Пользуясь формулами (3) и (4), подсчитать суммарные погрешности для непоправленных значений плотности твердого тела и жидкости (см. Приложение 2).

8. Сравнивая значения полученных погрешностей и поправок на потерю веса тел в воздухе, выяснить, имеет ли смысл вводить поправку на архимедову силу воздуха.

Контрольные вопросы

1. Что такое плотность? Назовите единицы измерения плотности.
2. На основе какого закона дается вывод формул для вычисления плотности твердого тела и жидкости?
3. Что такое непоправленная плотность?
4. Записать формулы вычисления поправленной плотности.
5. Что такое масса и вес тела? Почему массу можно определять с помощью взвешивания?

