

## 2.1. Краткая теория.

Объект изучения представляет собой математический маятник: шарик массы  $m$ , радиуса  $R$ , подвешенный на нити длиной  $l$  и совершающий колебательные движения, при этом с помощью датчика измеряется скорость шарика в нижней точке траектории. Массу и радиус шарика можно варьировать в процессе эксперимента. Возникающая при движении шарика сила сопротивления приводит к уменьшению скорости  $u$  со временем, т.е. колебания носят затухающий характер, причем если сопротивление обусловлено вязким трением с коэффициентом вязкости  $\eta$ , то согласно формуле (2.9) (см. Приложение) сила сопротивления  $\dot{F} = -\alpha \dot{u}$  ( $\alpha = 6\pi\eta R$ ) и уравнение движения шарика в приближении малых отклонений  $x$  от положения равновесия имеет вид :

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad (2.1)$$

где  $\omega_0 = (g/l)^{1/2}$  - частота колебаний,  $\gamma = \alpha/m$ , -коэффициент затухания (декремент) колебаний.

Решение уравнения (2.1) имеет вид произведения гармонической функции на затухающую экспоненту:

$$x = x_0 \exp(-\gamma t) \sin(\omega_0 t). \quad (2.2)$$

Очевидно, что выражение для скорости  $\dot{x}$  можно представить в аналогичной форме:  $u = \dot{x} = B(t) \exp(-\gamma t)$ , где  $B(t)$ - тоже гармоническая функция. Следовательно, регистрируя скорость шарика в одной и той же фазе колебаний, например, в нижней точке траектории, мы получим экспоненциальную зависимость от времени. Угол наклона графика этой зависимости в полулогарифмическом масштабе определяет величину  $g$ . Экспоненциальная зависимость в формуле (2.2) может нарушаться при изменении характера трения, когда сила  $\dot{F}$  не пропорциональна  $\dot{u}$ , а также при негармоническом характере колебаний, в частности, изменении периода колебаний со временем.

## 2.2. Лабораторная установка

При выполнении данной лабораторной работы используется установка, схема которой приведена на рис.2.1. Конструктивно она состоит из: а) стойки с маятником и датчиком положения – «световыми воротами»; б) блока с усилителями сигналов; в) интерфейсной платы с аналогово-цифровым преобразователем (АЦП), расположенной внутри компьютера; г) персонального компьютера.

Задача измерения силы сопротивления сводится к измерению зависимости от времени скорости шарика в нижней точке траектории с помощью «световых ворот». Сигнал с фотодиода поступает на вход усилителя, затем после обработки АЦП - в ПК.

Обмен данными между ПК и интерфейсной платой осуществляется при помощи портов ввода-вывода компьютера (см. раздел 1.2.). В адресном пространстве ввода-вывода компьютера интерфейсная плата резервирует адрес 260.

Для выполнения данной лабораторной работы необходимо написать программу, обеспечивающую проведение процесса измерения, который

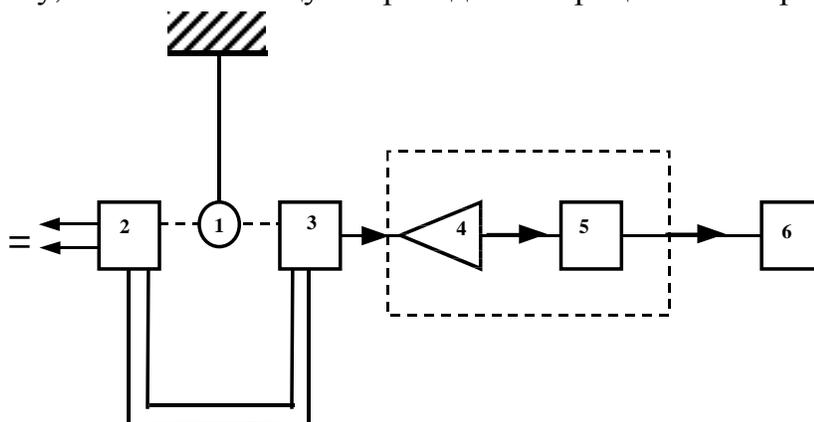


Рис.2.1. 1- шарик, подвешенный на нити; 2- светодиод; 3- фотодиод; 4- усилитель; 5- АЦП; 6- ПК

заключается в том, что через промежутки времени, задаваемые программным путем, компьютер опрашивает АЦП и регистрирует уровень сигнала с фотодиода. Сигнал с выхода АЦП представляет собой 8-разрядный код, соответствующий положительному входному сигналу. Во время прохождения шарика в нижней точке траектории мимо "световых ворот" луч от светодиода перекрывается, сигнал с фотодиода падает и становится меньше некоторого уровня  $U_n$ . Этот момент времени  $t_1$  фиксируется, как и момент  $t_2$ , когда шарик выходит из "световых ворот" и сигнал с фотодиода становится больше уровня  $U_n$  (см. Рис.2.2). Скорость движения шарика

при этом можно определить по формуле  $u = 2R/\Delta t$ , где  $\Delta t = t_2 - t_1$ . Промежуток  $\Delta t$  в программе определяется, как время, в течение которого сигнал с фотодиода остается по величине меньше некоторого порога. Порог устанавливается программным путем по «осциллограмме» сигнала фотодатчика. Кроме величины  $\Delta t$  регистрируется также период колебаний, определяемый как промежуток времени  $T$  между двумя последовательными входами шарика в «световые ворота».

При программировании в среде Delphi, для определения временных интервалов удобно использовать системную функцию Windows **GetTickCount**, которая возвращает число миллисекунд с начала текущего сеанса Windows. Ниже приведен фрагмент программы для определения момента  $t_1$  входа шарика в «световые ворота»:

```

.....
isPeriod:=False;    {установка флага – переменной булевского типа,
                       позволяющей зафиксировать момент прохождения порога}
t:=0;
.....
Tick:=GetTickCount;
repeat until (GetTickCount-Tick)>1; {1 – миллисекундная задержка}
inport(260,a)        {считывание показания датчика}
if (a<=Level)and (not isPeriod) then {условие входа шарика в «свето-
    вые ворота»}
begin
    isPeriod:=True; {порог пройден}
    t:=GetTickCount; {регистрация момента  $t_1$  прохождения порога}
end;
.....

```

Аналогично выглядит фрагмент программы, фиксирующий момент  $t_2$  выхода шарика из «световых ворот». Для заполнения массивов периодов и скоростей необходимо соответствующие фрагменты программы вставить в цикл. Включенный в программный код цикл **repeat until** обеспечивает задержку перед обращением к порту, необходимую для обработки сигнала АЦП.

## 2.3. Задания

1. Написать программу, обеспечивающую опрос АЦП и вывод на экран монитора график зависимости сигнала фотодатчика от времени («осцил-

лограмму» сигнала).

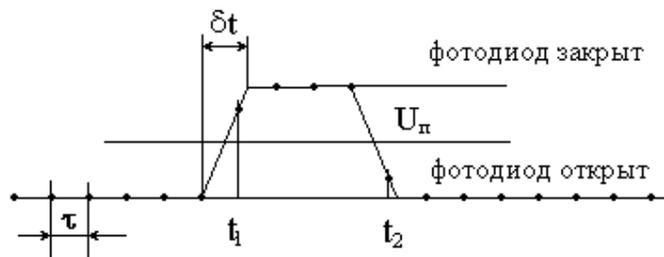
2. Написать программу, позволяющую по сигналу фотодатчика измерять скорость и период колебаний. Набор скоростей  $u_i$  и периодов  $T_i$  за  $N$  последовательных проходов шарика мимо фотодиода необходимо записывать в файл в виде массива данных в текстовом формате. для дальнейшей обработки с помощью программы MS Excel .

### Определение параметров ИВС

3. Калибровка временного разрешения. Подайте на вход АЦП сигнал калиброванной длительности, и по «осциллограмме» сигнала определите шаг квантования по времени.

4. Выведите на экран сигнал фотодатчика при разных начальных отклонениях шарика. Чем определяется ширина фронта сигнала  $\delta t$  (см. рис.2.2)? Предложите способ его уменьшения и реализуйте его. Как по фронту сигнала измерить временное разрешение ИВС?

Рис.2.2. «Осциллограмма» сигнала фотодатчика



### Изучение силы сопротивления воздуха при движении шарика

5. Используемый в работе метод измерения силы сопротивления применим, строго говоря, только для изохронных (т.е. с постоянным периодом) колебаний. Для используемого в работе математического маятника изохронными являются только колебания малой амплитуды. Поэтому необходимо оценить отклонение от изохронности, обусловленное конечной амплитудой колебаний. Для этого проведите измерения зависимости периода  $T$  от амплитуды колебаний шарика  $x_0$ , по результатам измерений постройте кривую зависимости от  $x_0$  нелинейной поправки к периоду (частоте)  $\Delta T/T_0(x_0) = |\Delta \omega/\omega_0|$  и сравните ее с расчетной зависимостью

$\Delta\omega/\omega_0 \approx (3/8)x_0^2$ , где  $\Delta\omega$  (или  $\Delta T$ ) -нелинейная поправка к частоте  $\omega_0$  (периоду  $T_0$ ) колебаний малой амплитуды. Определите также средний декремент затухания колебаний  $\gamma$ . Амплитуда колебания  $(x_0)_i$  измеряется непосредственно, или вычисляется по измеренному значению скорости шарика  $u_i$  согласно формуле:  $(x_0)_i \approx (x_0)_{i-1} - \Delta u_i (x_0)_{i-1}^{1/2}$ , справедливой при малых изменениях скорости  $\Delta u_i$  за период колебаний.

**6.** Измерьте скорость шарика. Для этого выведите на экран сигнал фото диода при небольших отклонениях шарика. Измерьте  $\Delta t$ , используя результаты временной калибровки ИВС (задание **3**). Для данного радиуса шарика  $R$  найдите скорость  $u = 2R/\Delta t$ . Запишите значения скоростей в файл и по данным измерений оцените среднюю силу сопротивления воздуха за период колебаний для трех первых колебаний.

**7.** Определите по результатам измерений коэффициент затухания  $\gamma$  для произвольного начального отклонения шарика, найдите величину эффективной вязкости  $\eta$  и сравните ее с табличным значением молекулярной вязкости воздуха  $\eta_t = 1.82 \cdot 10^{-5}$  кг/с·м.

**8.** Для шарика радиуса  $R$  оцените максимальное отклонение, при котором существенную роль играют еще эффекты молекулярной вязкости, т.е.  $Re = uR\rho/\eta_t \approx 1$ , где  $u$  - максимальная скорость шарика,  $\rho = 1.29$  кг/м<sup>3</sup> - плотность воздуха.

**9.** При выполнении предыдущих заданий было установлено, что даже при небольших углах отклонения сила сопротивления движению шарика обусловлена не молекулярной  $\eta_t$ , а эффективной, турбулентной, вязкостью  $\eta$ . В этом задании покажите, что величина  $\eta$  определяется числом Рейнольдса  $Re$ . Для этого проведите измерения с тремя шариками разных радиусов  $R_1, R_2, R_3$ , причем для каждого шарика начальное отклонение  $h$  устанавливайте так, чтобы  $uR \approx const$ . Начинать измерения удобно с шарика большего диаметра. Для каждого случая найдите вязкость  $\eta$  и поясните результат. Затем для выбранного шарика проведите измерения с тремя начальными отклонениями и поясните найденную зависимость  $\eta(h)$ .

**10.** Исследуйте зависимость силы сопротивления от времени для одного шарика. Для этого установите  $N = 500$  и максимальную начальную амплитуду отклонения шарика. Поясните вид полученной зависимости.

## 2.4. Исследование компьютерной модели нелинейного маятника с затуханием

Компьютерная модель представляет собой программу, которая представляет в наглядном виде решение уравнения

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 \sin x = 0 \quad (2.3)$$

в безразмерных переменных  $t = t' \omega_0$  (где  $t'$  - размерное время);  $x$  - угол отклонения в радианах от вертикали. При запуске программы в графическом окне выводится:

1. Траектория изображающей точки

а) на фазовой плоскости в координатах  $(X, \dot{X})$ ;

б) на плоскости энергии в координатах  $(X, W)$ , где изображен также "нелинейный" потенциал  $U(x)$  для уравнения движения (2.3) и "линейный" потенциал для уравнения

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (2.3')$$

в) на плоскости  $(t, X)$ .

2. Текущие значения времени  $t$ , а также координаты  $x$  и скорости  $\dot{x}$  в эти моменты времени.

Начальные условия  $(x_0, \dot{x}_0)$ , а также декремент  $(2\gamma)$  в единицах  $\omega_0$  задаются из меню.

«Линейным» назовем режим колебаний маятника, при котором период колебаний не зависит от амплитуды в пределах точности величин, выводимых на экран. Период таких колебаний  $T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi$ .

### Задания

1. Исследуйте нелинейный режим колебаний. Для этого задавайте в программе значения амплитуды, близкие к использованным в п.5 предыдущего раздела, постройте график зависимости периода колебаний от амплитуды и сравните его с экспериментальной зависимостью. Следите за изменением формы графиков и поясните эти изменения. Поясните, как изменяется характер движения изображающей точки? Найдите период колебаний и граничное значение  $x_0$ , при котором система переходит в нелинейный режим. Поясните физическую причину увеличения периода в этом

случае. При каком виде потенциала  $U(x)$  период уменьшится? При каком виде потенциала  $U(x)$  период не будет изменяться?

2. Введите затухание в систему ( $b = 0.05; 0.1$ ), а также значение  $b$ , равное декременту ( $2\gamma$ ), найденному при измерениях в задании 5. Следите за изменением вида графиков. Поясните эти изменения. Найдите время, за которое система переходит в линейный режим.

## 2.5. Приложение. Элементы гидродинамики

### Основные уравнения

Процессы, протекающие в сплошной среде (жидкости, газе) описываются уравнениями гидродинамики. Для описания широкого круга явлений достаточно трех переменных, характеризующих среду: плотности  $\rho$ , средней скорости  $\dot{\mathbf{u}}$  и температуры  $T$  (или давления  $p$ ). Координатные и временные зависимости этих параметров, описывающие данный процесс, т.е. функции  $\rho(\dot{\mathbf{r}}, t)$ ;  $\dot{\mathbf{u}}(\dot{\mathbf{r}}, t)$ ;  $T(\dot{\mathbf{r}}, t)$  можно найти из решения трех основных уравнений гидродинамики:

#### 1. Уравнение непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \dot{\mathbf{u}} = 0 \quad (2.4)$$

*С помощью формулы Остроградского-Гаусса покажите, что соотношение (2.4) имеет смысл закона сохранения вещества в выделенном объеме.*

2. Уравнение движения элемента жидкости массой  $dm = \rho dV$  можно получить, полагая, что в общем случае на него действуют силы:

а) нормального давления на поверхности перпендикулярные этим силам,

б) вязкого трения на поверхности, движущиеся относительно соседних слоев жидкости.

Под действием этих сил элемент жидкости движется с ускорением

$$\frac{d\dot{\mathbf{u}}}{dt} = \frac{\partial \dot{\mathbf{u}}}{\partial t} + \dot{\mathbf{u}} \cdot \frac{\partial \dot{\mathbf{u}}}{\partial \dot{\mathbf{r}}} = -\frac{\dot{\nabla} P}{\rho} + \nu \nabla^2 \dot{\mathbf{u}}, \quad (2.5)$$

где параметр  $\nu = \eta/\rho$  называется кинематической вязкостью.

*Запишите уравнение (2.5) в одномерном случае и поясните смысл входящих в него членов.*

Это уравнение (Навье-Стокса) в частном случае пренебрежения вязкостью носит название уравнения Эйлера:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{r}} = -\frac{\nabla P}{\rho} \quad (2.6)$$

3. Уравнения (2.4) и (2.5) дополняются уравнением процесса, связывающим в стационарном процессе давление и плотность. В достаточно общем случае процесса, в котором не меняются внутренние свойства молекул газа, т.е. идущего с постоянной теплоемкостью  $C$ , соответствующее уравнение (политропы) имеет вид:

$$P\rho^{-\beta} = const, \quad (2.7)$$

где параметр  $\beta = (C - C_p)/(C - C_v)$  носит название показателя политропы.

Уравнения (2.4) - (2.5) или (2.6) - (2.7) образуют полную систему уравнений гидродинамики на три переменные  $\rho(\mathbf{r}, t)$ ;  $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ ;  $T(\mathbf{r}, t)$

Выясним теперь, при каких условиях можно пренебречь вязкостью. Для этого сравним в уравнении (2.5) вторые члены в левой и правой частях, обусловленные пространственной неоднородностью профиля скорости  $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ . Оценим эти члены:

$$u \frac{\partial u}{\partial r} \approx \frac{U^2}{L}, \quad \frac{\eta}{\rho} \nabla^2 u \approx \frac{\eta U}{\rho L^2},$$

где  $U$  и  $L$  - соответственно, характерная скорость и характерный пространственный масштаб изменения скорости, т.е. масштаб неоднородности системы. Например, в случае обтекания шарика потоком жидкости в качестве характерной скорости  $U$  естественно взять невозмущенную скорость потока вдали от шарика, а в качестве характерного масштаба - радиус шарика  $R$

Безразмерный параметр, равный отношению этих величин

$$Re = \frac{UL\rho}{\eta}$$

носит название числа Рейнольдса и характеризует вклад вязкостно-

го члена в уравнение (2.6). При больших значениях числа Рейнольдса ( $Re \gg 1$ ) эффектами, связанными с вязкостью можно пренебречь, напротив, при  $Re < 1$  вязкость становится определяющим эффектом.

Движение тела в жидкости (газе) нередко сопровождается образованием волн, завихрений и т.д., различных временных и пространственных масштабов, при которых движение жидкости приобретает турбулентный характер. Из общих соображений ясно, что вязкость гасит этот эффект, выравнивая все неоднородности и превращая энергию турбулентного движения жидкости в тепло. Следовательно, движение может носить турбулентный характер только в случае больших значений  $Re$ . Напротив, в области малых значений  $Re$  движение жидкости носит ламинарный упорядоченный характер.

*Оцените, при какой скорости ветра обтекание вашего дома приобретает турбулентный характер, т.к. число Рейнольдса становится достаточно большим, например, больше  $10^2$ .  
Оцените диапазон значений числа Рейнольдса для шариков радиуса 1 и 10 см, колеблющихся на нити длиной 50 см.*

Получим также важный частный случай уравнения Эйлера для движения с постоянной скоростью. С помощью формулы

$$\mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{u}) = \nabla \frac{u^2}{2} - (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}$$

преобразуем уравнение (2.6) при  $u = \text{const}$  (по времени) к виду

$$\nabla \left( \frac{u^2}{2} \right) - \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{u}) = -\frac{\dot{\nabla} P}{\rho} \quad (2.6')$$

Введем теперь понятие линии тока, в каждой точке которой скорость жидкости направлена по касательной к ней, иными словами, жидкость движется вдоль линий тока. Уравнение линии тока, очевидно, имеет вид:

$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y}$$

Для широкого класса течений, в которых линии тока не образуют замкнутых фигур, т.е. течение не образует вихрей и  $\dot{\nabla} \times \mathbf{u} \equiv 0$  уравнение (2.6') приобретает вид:

$$\nabla \left( \frac{u^2}{2} \right) = - \frac{\dot{\nabla} P}{\rho}$$

Такое течение называется безвихревым или потенциальным .

Предполагая для простоты, что жидкость несжимаема (можно получить тот же результат и в общем случае) находим

$$\nabla \left( \frac{u^2}{2} + \frac{P}{\rho} \right) = 0$$

В плоском случае эта формула приобретает вид

$$\frac{d}{dl} \left( \frac{u^2}{2} + \frac{P}{\rho} \right) = 0 \quad \text{или} \quad \left( \frac{u^2}{2} + \frac{P}{\rho} \right) = const, \quad (2.8)$$

где константа, вообще говоря, зависит от выбора линии тока, а производная берется вдоль этой линии.

Формула (2.8) носит название уравнения Бернулли и определяет интеграл стационарного уравнения (2.6) для потенциального течения.

### Обтекание шара

С помощью уравнения (2.5) можно решить задачу нахождения силы сопротивления при движении тела в газе. В некотором диапазоне параметров течения основной вклад в силу сопротивления вносит вязкое трение. Возникновение этой силы обусловлено сцеплением молекул газа с поверхностью тела, в результате чего слой газа непосредственно прилегающий к поверхности движется со скоростью тела, тогда как на достаточно большом расстоянии от него газ покоится. Возникновение вследствие этого неоднородного профиля скорости движения газа приводит из-за вязкости к появлению силы трения, т.е. силы сопротивления среды. Найдем эту силу в простейшем случае равномерного движения шарика радиуса  $R$  в воздухе. Будем полагать, что скорость шарика достаточно мала, так что в стационарном уравнении (2.5) можно пренебречь вторым членом в левой части. В полученном дифференциальном уравнении

$$-\dot{\nabla} P + \eta \nabla^2 \mathbf{u} = 0$$

остается единственный параметр  $\eta$ , характеризующий среду. Решение этого уравнения второго порядка может зависеть только от этого параметра и двух граничных условий  $U$  и  $R$ . Из этих трех параметров, имеющих размерности  $[кг/м \cdot с^2]$ ,  $[м/с]$  и  $[м]$ , можно составить единственную комбинацию размерности силы:  $F \propto \eta UR$ . Точная теория дает численный множитель  $6\pi$  в правой части равенства. Таким образом, сила вязкого сопротивления при движении шарика в воздухе определяется формулой (Стокса):

$$F = 6\pi\eta UR \quad (2.9)$$

Из вывода ясно, что полученная формула справедлива при малых числах  $Re \ll 1$ . Если же величина  $Re$  сравнима с единицей, необходимо учесть ее в формуле (2.9), которая в этом случае приобретает вид:

$$F = 6\pi\eta UR \left( 1 + \frac{3}{8} Re \right) \quad (2.10)$$

Формула (2.10) с удовлетворительной точностью согласуется с данными измерений до значений  $Re < 10$ . В этом случае картина течения с обеих сторон шарика выглядит симметричной (см. рис.2.3а).

При больших числах Рейнольдса происходит отрыв линий тока от поверхности шарика (см. рис. 2.3б). При этом за телом образуется область "тени" (называемая следом), где жидкость покоится или движется независимо от внешнего потока.

*Пользуясь уравнением непрерывности (2.4) покажите, что средняя скорость потока за телом больше, чем скорость перед телом.*

Возрастание скорости потока за телом означает, что согласно уравнению Бернулли (2.8) давление там в среднем уменьшается. Возникающая при этом разность давлений приводит к появлению разности сил, действующих на лобовую и заднюю поверхности шарика (по нормали к ним), т.е. силы сопротивления.

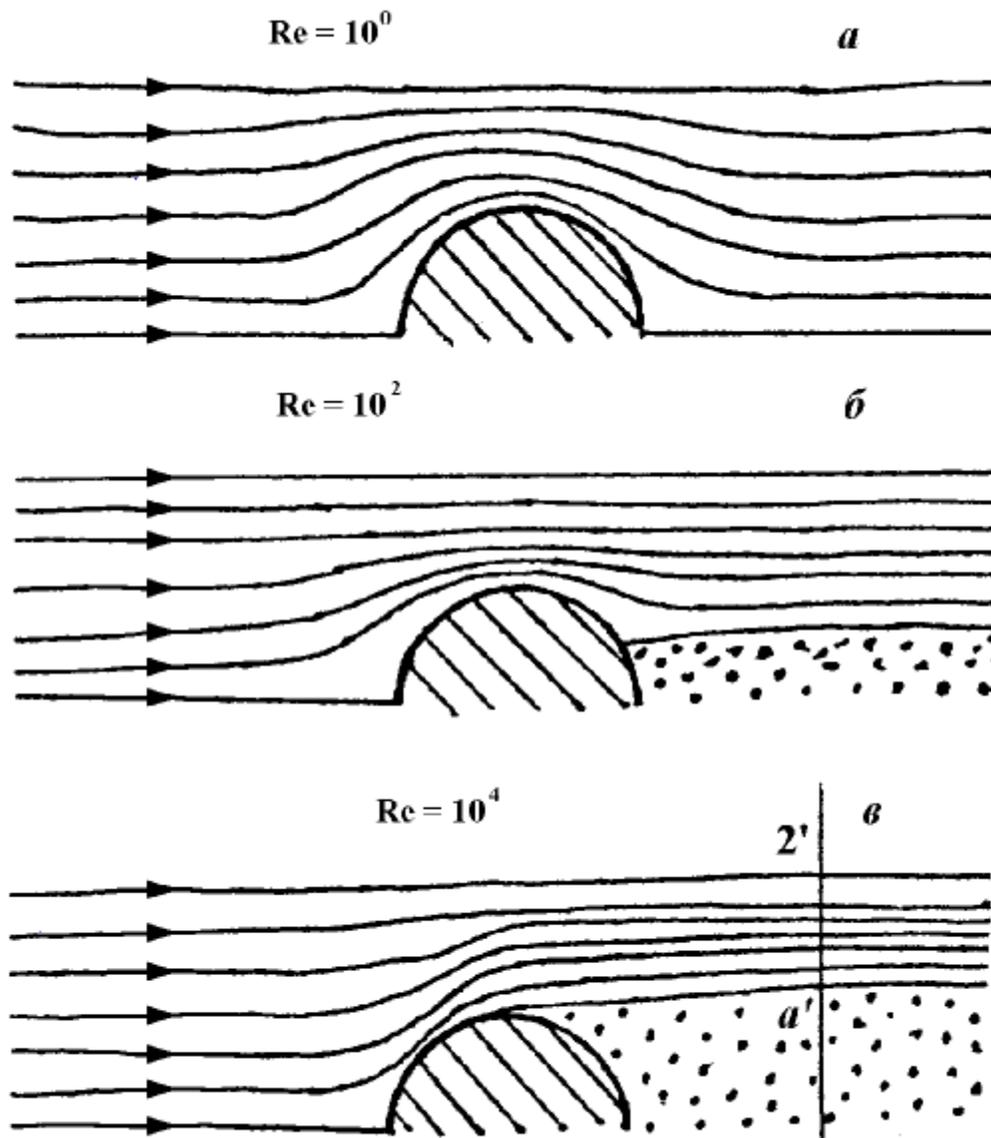


Рис. 2.3. Обтекание шара потоком воздуха.

В области промежуточных чисел Рейнольдса  $Re \approx 10 - 10^4$  строгая теория, позволяющая вычислить эту силу, отсутствует. Эксперимент показывает, что при числах Рейнольдса, больших некоторого критического  $Re^* \approx 10^2$  (значение  $Re^*$  зависит от геометрии задачи, степени турбулизации потока и шероховатости поверхности тела) в потоке за телом возникают вихри различных временных и пространственных масштабов, т.е. течение становится турбулентным. Это позволяет характеризовать жидкость некоторой эффективной, турбулентной "вязкостью"  $h^*$  связанной с переносом импульса между слоями жидкости не отдельными молекулами, а

коллективными движениями, вихрями, различных масштабов ("турбулентное трение").

Описывающий этот процесс турбулентный "коэффициент вязкости"  $\eta^*$  может существенно превосходить классическое значение, приведенное выше, и в некотором диапазоне параметров может выполняться соотношение  $Re^* \ll 1$ . Тогда в этом диапазоне будет справедлив аналог формулы Стокса (2.9) с турбулентным параметром  $\eta^*$ , который находится экспериментальным образом.

В области больших чисел Рейнольдса  $Re > 5 \cdot 10^3$ , соответствующих обтеканию «большого» шарика (или с «большой» скоростью), течение приобретает вид, изображенный на рис. 2.3в. Картина течения становится аналогичной обтеканию плоского тела (диска), при котором сечение следа становится близким к сечению самого тела  $S$ , и скорость жидкости вблизи всей лобовой части шарика резко падает. При этом давление  $P_1$  здесь согласно закону Бернулли становится близким к  $P_1 \approx P_0 + \rho U^2 / 2$  ( $P_0$  – давление в невозмущенной жидкости). Как показано выше, в области за телом между следом и невозмущенной линией тока скорость жидкости возрастает по сравнению с  $U$ , а давление, соответственно, падает по сравнению с  $P_0$ . Поэтому оценка силы сопротивления  $F$  дает выражение:

$$F \approx \rho U^2 S.$$

### Закон подобия

Рассмотрим стационарное обтекание несжимаемой жидкостью со скоростью  $\dot{U}$  тела заданной формы с характерным размером  $L$  (например, шара радиуса  $R$ ). В уравнение движения (2.6) входит единственный параметр, характеризующий саму жидкость: кинематическая вязкость  $\nu$ . Решение этого уравнения позволяет найти распределение в пространстве скорости  $u(\vec{r})$  и отношение  $P/\rho(\vec{r})$ . Характер решения определяется, очевидно, входящим в уравнение единственным параметром  $\nu$ , а также граничными условиями, т.е. формой и размером тела  $L$  и его скоростью  $U$ . Таким образом, характер решения при указанных условиях определяется тремя параметрами:  $(\nu, U, L)$  с размерностями:

$$[\nu] = \text{м}^2/\text{с}, \quad [U] = \text{м}/\text{с}, \quad [L] = \text{м}.$$

Из них можно составить *единственную* безразмерную комбинацию

$$\text{Re} = \frac{UL\rho}{\eta},$$

т.е. введенное выше число Рейнольдса.

Отсюда ясно, что все получающиеся в результате решения уравнения (2.6) распределения безразмерных переменных в задаче (например, нормированной скорости  $u^* = u/U$  или давления  $P^* = P/\rho U^2$ ) являются функциями только безразмерной координаты  $r^* = r/L$  и параметра  $\text{Re}$ . Для течения одного типа, например, обтекания жидкостью шариков разного радиуса, с одинаковыми числами Рейнольдса, эти функции имеют, очевидно, одинаковый вид. Течения, которые можно получить друг из друга изменением только масштаба координат и скоростей, называются подобными.

### **3. Теплоперенос в однородном металлическом стержне**

Задача о распространении тепловых потоков и изменении температурного поля в телах правильной геометрической формы с точки зрения теории принадлежит к классическим задачам математической физики, так как приводит к классу дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа, известных под названием уравнений теплопроводности или диффузии. С точки зрения эксперимента изучение распределения температуры, его эволюции во времени, а так же определение коэффициента теплопроводности различных материалов также является весьма интересной задачей, имеющей к тому же прикладное значение.

Основной целью настоящей работы является ознакомление студента с двумя основными направлениями физических исследований:

- (а) проведение физических измерений с компьютерной поддержкой,
- (б) теоретическое моделирование исследуемого физического процесса с применением ПК.

В рамках первой задачи студент должен организовать и провести измерения температуры в нескольких точках металлического стержня (нагреваемого с одного конца или остывающего) путем считывания сигнала термопары с помощью ИВС в различные моменты времени, выбрать оптимальное значение постоянной опроса датчиков (термопар), обеспечить запись информации в текстовый файл для последующей обработки.