
Пионная амплитуда распределения в КХД

А. П. Бакулев

ЛТФ им. Н. Н. Боголюбова, ОИЯИ (Дубна, Россия)

15 июля 2004

Contents, 1-st part

- Стандартная Модель и КХД: где кварки, где лептоны?
- КХД: кварки внутри, адроны снаружи! Как быть?
- Факторизация, пионная амплитуда распределения (πDA), ее эволюция в пертурбативной КХД (pQCD)
- Правила сумм КХД: как можно изучать адроны в непертурбативной КХД (npQCD).
- Правила сумм КХД с нелокальными конденсатами (НЛК) для πDA

Contents, 2-nd part

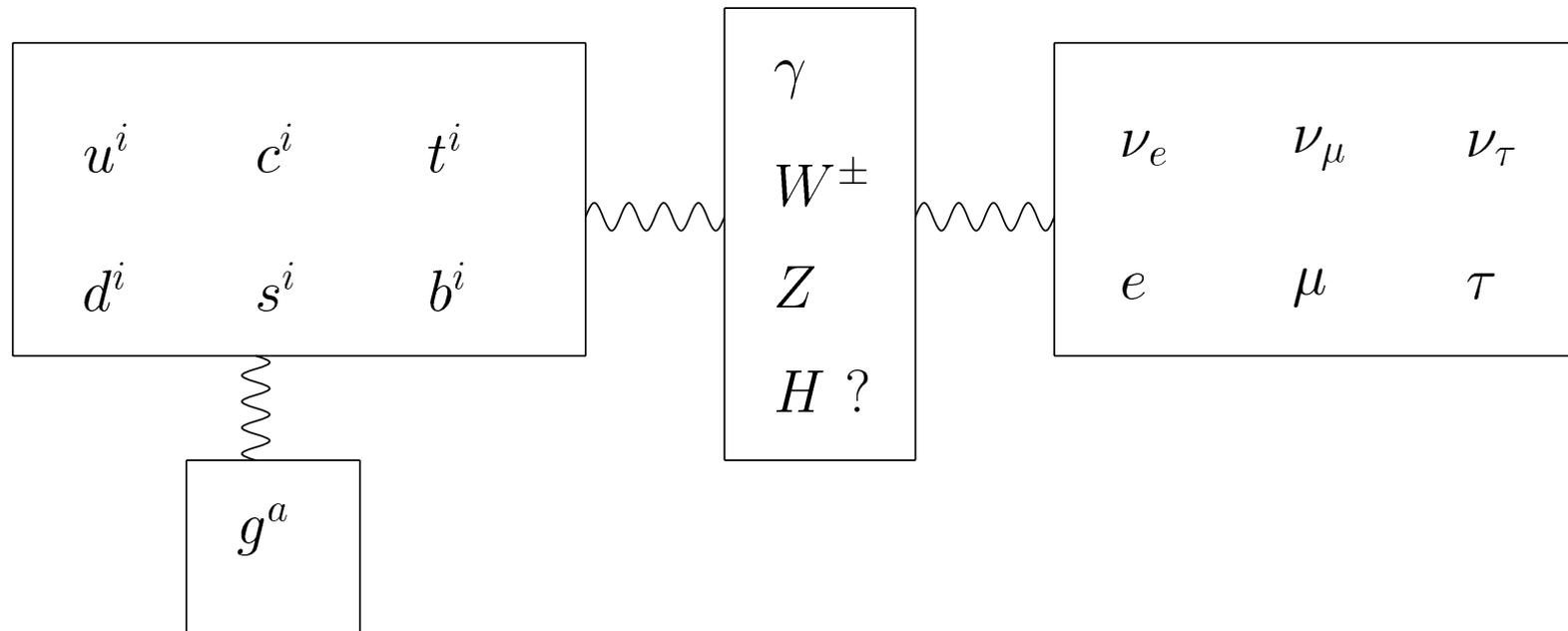
- Чем плохо наивное pQCD-описание формфактора $F^{\gamma\gamma^*\pi}(Q^2)$ или зачем нужны КХД-правила сумм на световом конусе (LCSR)?
- QCD LCSR: обработка эксперимента CLEO по $F^{\gamma\gamma^*\pi}(Q^2) \Rightarrow$ и ограничения на πDA
- Сравнение prQCD и pQCD: что это дает для πDA ?
- Данные E-791 по дифракционному $\pi + A$ -рождению 2 струй и πAP
- Данные SEBAF по электромагнитному формфактору пиона и πAP
- Перспективы и задачи

Standard Model:

Quarks,
Leptons,
Bosons

Standard Model

Частицы Стандартной Модели: $i = 1, 2, 3$ и $a = 1, \dots, 8$ — цветовые индексы кварков и глюонов.



КХД + Электрослабая физика

Цель этой лекции — понять на примере описания пиона, как в КХД рассчитываются свойства адронов и их реакции.

QCD: Lagrangian, quarks and gluons

Калибровочно-инвариантный лагранжиан КХД

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} + \sum_{q=u,d,s,\dots} \bar{\psi}_q (i\hat{D} - m_q)\psi_q \quad (1)$$

содержит только поля глюонов ($G_{\mu\nu}^a(x)$) и кварков ($\psi_q(x)$).

Эти поля имеют цветовые степени свободы: 3 у кварков $\psi_q^A(x)$ ($A = 1, 2, 3$) и 8 у глюонов $G_{\mu\nu}^a(x)$ ($a = 1, \dots, 8$).

Взаимодействие спрятано в ковариантной производной D_μ^{AB}

QCD: Lagrangian, quarks and gluons

Калибровочно-инвариантный лагранжиан КХД

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} + \sum_{q=u,d,s,\dots} \bar{\psi}_q (i\hat{D} - m_q)\psi_q \quad (1)$$

содержит только поля глюонов ($G_{\mu\nu}^a(x)$) и кварков ($\psi_q(x)$).

Эти поля имеют цветовые степени свободы: 3 у кварков $\psi_q^A(x)$ ($A = 1, 2, 3$) и 8 у глюонов $G_{\mu\nu}^a(x)$ ($a = 1, \dots, 8$).

Взаимодействие спрятано в ковариантной производной D_μ^{AB}

$$D_\mu^{AB} = \partial_\mu - ig_s (t^a)^{AB} A_\mu^a$$

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g_s f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c$$

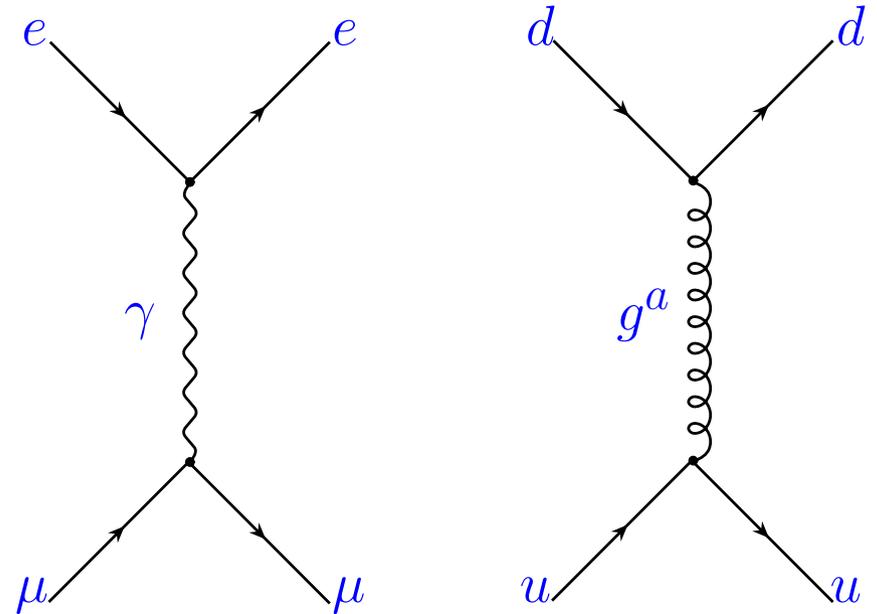
Оно нелинейно за счет неабелевости ($f^{abc} \neq 0$).

QCD:

*Quarks inside,
Hadrons outside,
What one can do?*

QCD: Gluons are coloured \Rightarrow Color Confinement

Рассмотрим описание $e\mu$ - и qq -рассеяния (d - и u -флейворов): волнистая линия обозначает фотон, а пунктирная – глюон.

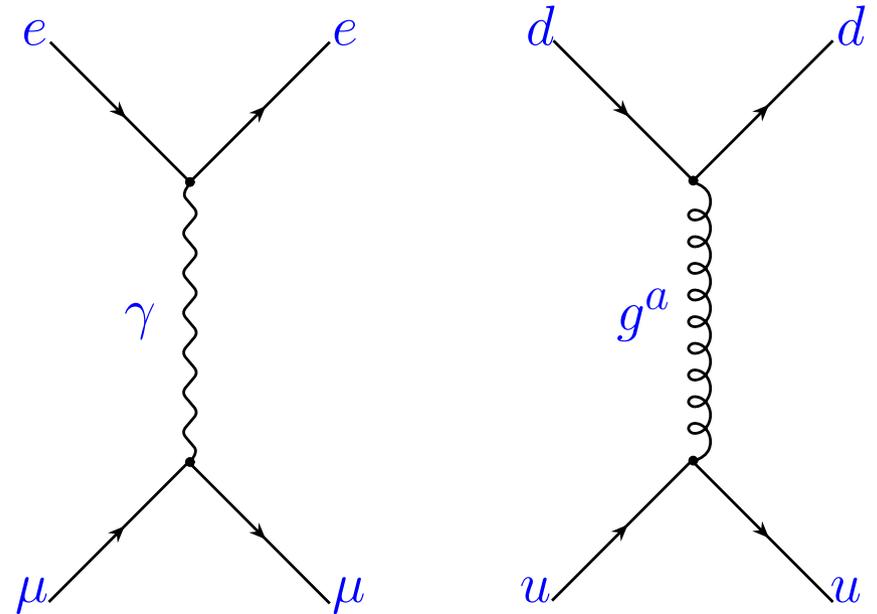


Сравнение:

Параметр	Фотон	Глюон
Масса	0	0
Спин	1	1
Вершина	$e\gamma_\mu$	$g_s\gamma_\mu(t^a)_{ij}$
Заряд	0	$\neq 0$

QCD: Gluons are coloured \Rightarrow Color Confinement

Рассмотрим описание $e\mu$ - и qq -рассеяния (d - и u -флейворов): волнистая линия обозначает фотон, а пунктирная – глюон.



Сравнение:	Параметр	Фотон	Глюон
	Масса	0	0
	Спин	1	1
	Вершина	$e\gamma_\mu$	$g_s\gamma_\mu(t^a)_{ij}$
	Заряд	0	$\neq 0$

Неабелевость КХД приводит к заряженным (цветным) глюонам. Отсюда – **конфайнмент!**

QCD: Quarks masses

Up-кварки	u	c	t
масса	$1.5 \div 4.5 \text{ МэВ}$	$1.0 \div 1.4 \text{ ГэВ}$	$174.3 \pm 5.1 \text{ ГэВ}$
Down-кварки	d	s	b
масса	$5.0 \div 8.5 \text{ МэВ}$	$80 \div 155 \text{ МэВ}$	$4.0 \div 4.5 \text{ ГэВ}$

Пока мы интересуемся физикой обычных адронов, построенных из u - и d -кварков, массами кварков можно пренебречь: $\frac{m_{u,d}}{m_\rho} \lesssim 1\%$. Адронный масштаб масс задан массой ρ -мезона ($m_\rho = 770 \text{ МэВ}$).

QCD: Quarks masses

Up-кварки	u	c	t
масса	$1.5 \div 4.5 \text{ МэВ}$	$1.0 \div 1.4 \text{ ГэВ}$	$174.3 \pm 5.1 \text{ ГэВ}$
Down-кварки	d	s	b
масса	$5.0 \div 8.5 \text{ МэВ}$	$80 \div 155 \text{ МэВ}$	$4.0 \div 4.5 \text{ ГэВ}$

Пока мы интересуемся физикой обычных адронов, построенных из u - и d -кварков, массами кварков можно пренебречь: $\frac{m_{u,d}}{m_\rho} \lesssim 1\%$. Адронный масштаб масс задан массой ρ -мезона ($m_\rho = 770 \text{ МэВ}$).

Безмассовая КХД: лагранжиан (1) с суммированием по $q = u, d$ и с $m_u = m_d = 0$.

Есть $SU(2)$ -симметрия $u \rightleftharpoons d$ – изоспиновая симметрия.

Она нарушается при учете электромагнитных поправок и масс кварков.

Massless QCD: What are Hadrons?

PS- и V-мезоны из u - и d -кварков		
тип мезона	PS	V
состав	$\pi^0 [\bar{u}u - \bar{d}d], \pi^\pm [\bar{u}d, \bar{d}u]$	$\rho^0(\omega) [\bar{u}u - \bar{d}d], \rho^\pm [\bar{u}d, \bar{d}u]$
масса	140 МэВ	770(780) МэВ

Massless QCD: What are Hadrons?

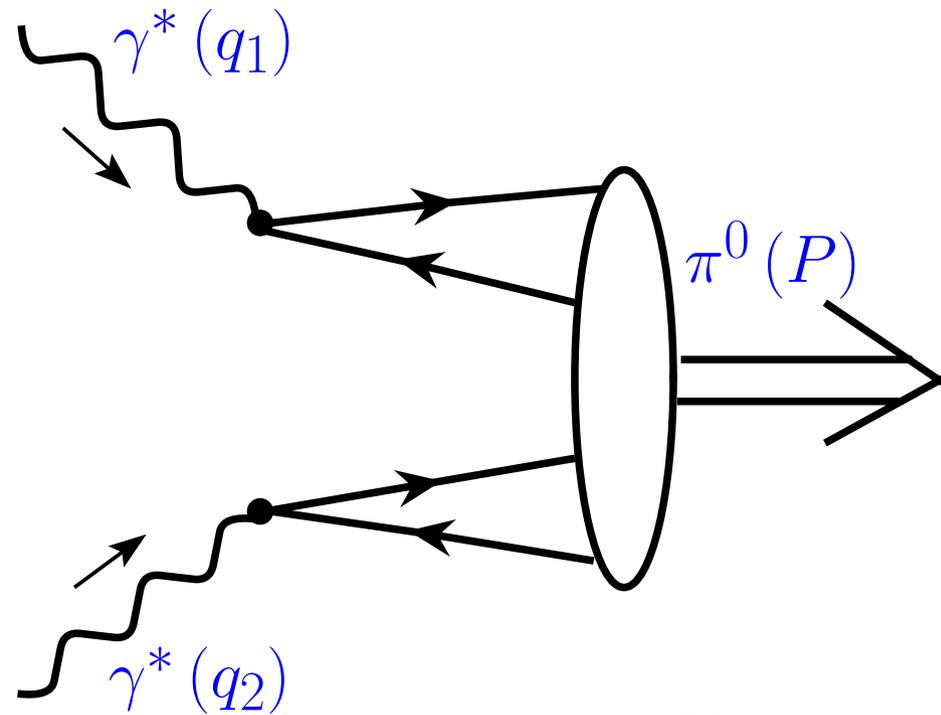
PS- и V-мезоны из u - и d -кварков		
тип мезона	PS	V
состав	$\pi^0 [\bar{u}u - \bar{d}d], \pi^\pm [\bar{u}d, \bar{d}u]$	$\rho^0(\omega) [\bar{u}u - \bar{d}d], \rho^\pm [\bar{u}d, \bar{d}u]$
масса	140 МэВ	770(780) МэВ

Барионы из u - и d -кварков			
состав	$p[uud]$	$n[udd]$	$\Delta^{++}[uuu], \Delta^+[uud],$ $\Delta^0[udd], \Delta^-[ddd]$
масса	938 МэВ	939 МэВ	1232 МэВ

QCD Factorization

Pion DA: Properties and Evolution in pQCD

Factorization for $\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi^0$ form factor



Виртуальные фотоны γ^* “цепляются” за электромагнитные токи, $J_\mu = e_d \bar{d} \gamma_\mu d + e_u \bar{u} \gamma_\mu u$, кварков в пионе $\pi^0 = \frac{\bar{u}u - \bar{d}d}{\sqrt{2}}$ (forward). В жестком процессе виртуальности фотонов $-q_1^2, -q_2^2 \gg m_\rho^2$.

Кинематика процесса

$$P = q_1 + q_2; \quad q = (q_1 - q_2)/2; \quad Q_i^2 \equiv -q_i^2$$

$$P^2 = m_\pi^2 \approx 0; \quad Q^2 \equiv -q^2 = (Q_1^2 + Q_2^2)/2 \gg m_\rho^2$$

Amplitude (T) and form factor (F)

$$\begin{aligned} T(q_1, \varepsilon_1; q_2, \varepsilon_2) &= \int dz^D e^{-iq_1 z} \langle 0 | \varepsilon_1^\mu J_\mu(z) \varepsilon_2^\nu J_\nu(0) | \pi(P) \rangle \\ &\equiv -i \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \varepsilon_1^\mu \varepsilon_2^\nu P^\rho q^\sigma F_{\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi^0}(q_1^2, q_2^2) \end{aligned}$$

Вычисляем в представлении взаимодействия:

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu}(q_1; q_2) &= \int dz^D e^{-iq_1 z} \langle 0 | J_\mu(z) J_\nu(0) \hat{S} | \pi(P) \rangle \\ &= \dots \sum_f e_f^2 \bar{\psi}_f(z) \overbrace{\gamma_\mu \psi_f(z) \bar{\psi}_f(0) \gamma_\nu \psi_f(0)} \dots \\ &= \dots \sum_f e_f^2 \bar{\psi}_f(z) \left[\gamma_\mu i \hat{S}(z) \gamma_\nu \right] \psi_f(0) \dots \end{aligned}$$

Тождество ($\varepsilon_{0123} = +1$): $\gamma_\mu \hat{z} \gamma_\nu = S_{\mu z \nu \alpha} \gamma^\alpha + i \varepsilon_{\mu z \nu \alpha} \gamma^\alpha \gamma_5$

Appearance of the pion DA $\varphi_\pi(x)$

$$T_{\mu\nu}(q_1; q_2) \sim \int dz^D e^{-iq_1 z} \left(\frac{z^\beta}{z^4} \right) \sum_f e_f^2 \underbrace{\langle 0 | \bar{\psi}_f(z) \gamma_\alpha \gamma_5 \psi_f(0) | \pi(P) \rangle}$$

Появился новый объект — π DA

Appearance of the pion DA $\varphi_\pi(x)$

$$T_{\mu\nu}(q_1; q_2) \sim \int dz^D e^{-iq_1 z} \left(\frac{z^\beta}{z^4} \right) \sum_f e_f^2 \underbrace{\langle 0 | \bar{\psi}_f(z) \gamma_\alpha \gamma_5 \psi_f(0) | \pi(P) \rangle}$$

Появился новый объект — π DA. Этот объект содержит в себе всю непертурбативную информацию о пионе: все, что мы не можем вычислить в теории возмущений, убрано в него. Параметризация (back):

$$\begin{aligned} \langle 0 | \bar{d}(z) \gamma_\alpha \gamma_5 d(0) | \pi(P) \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \langle 0 | \bar{d}(z) \gamma_\alpha \gamma_5 u(0) | \pi(P) \rangle \\ &= \frac{if_\pi P_\alpha}{\sqrt{2}} \int_0^1 dx e^{ix(zP)} \left[\varphi_\pi^{\text{Tw-2}}(x, \mu^2) + z^2 g_1^{\text{Tw-4}}(x, \mu^2) \right] \end{aligned}$$

Вклады **ведущего** и **высшего** твистов разделены.

Twists and light-cone singularities

Чем важно разделение сингулярностей по z^2 ?

$$T_{\mu\nu}(q_1; q_2) \sim \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} P^\alpha \int_0^1 dx \int dz^D e^{-i(q_1 - xP)z} \left[\frac{z^\beta}{z^4} \varphi_\pi^{\text{Tw-2}}(x, \mu^2) + \frac{z^\beta}{z^2} g_1^{\text{Tw-4}}(x, \mu^2) \right]$$

Тем, что мы можем сразу определить ведущий вклад и его асимптотику при больших Q^2 . Действительно ($D = 4 - 2\varepsilon$):

$$\frac{z^\beta}{z^4} \xrightarrow{\text{Фурье}} \frac{(q_1 - xP)^\beta}{(q_1 - xP)^2}; \quad \frac{z^\beta}{z^2} \xrightarrow{\text{Фурье}} 4 \frac{(q_1 - xP)^\beta}{(q_1 - xP)^4}$$

Кусок с q_1^β даст структуру формфактора $\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} P^\alpha q_1^\beta$. А что будет с куском $\sim xP$ из числителя?

Fourier transform in D dimensions

Для $D = 4 - 2\varepsilon$:

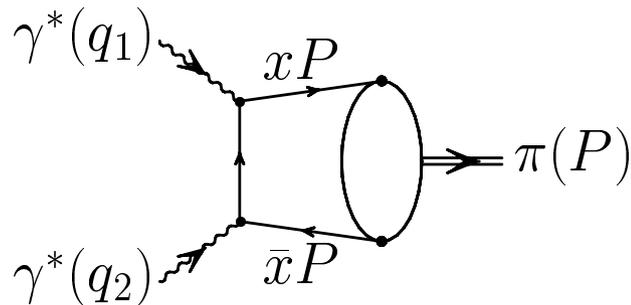
$$i \int \frac{e^{-iqz} dz^D}{(-z^2 + i0)^n} = \frac{\Gamma(D/2 - n)}{\Gamma(n)} \frac{2^{D-2n} \pi^{D/2}}{(-q^2 - i0)^{D/2-n}}$$
$$\frac{-i}{(2\pi)^D} \int \frac{e^{iqz} dq^D}{(-q^2 - i0)^n} = \frac{\Gamma(D/2 - n)}{\Gamma(n)} \frac{2^{-2n} \pi^{-D/2}}{(-z^2 + i0)^{D/2-n}}$$

Задача для любознательных: показать, что оба преобразования согласуются друг с другом.

Factorization for $\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi^0$ form factor

Результат для формфактора перехода $\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi$:

$$(q_1 - xP)^2 = \bar{x}Q_1^2 + xQ_2^2$$



$$F_{\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi^0}(Q_1^2, Q_2^2) =$$
$$-q_{1,2}^2 = Q_{1,2}^2 \geq 1 \text{ ГэВ}^2$$

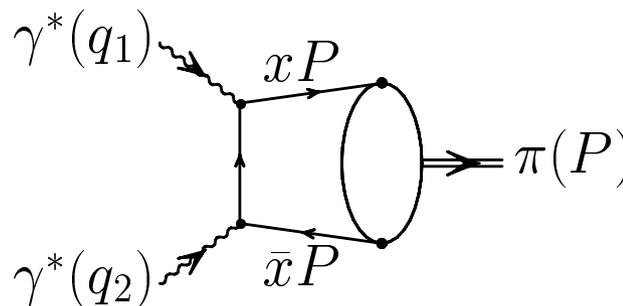
$$= \frac{\sqrt{2}}{3} f_\pi \int_0^1 \frac{\varphi_\pi(x; \mu^2)}{Q_1^2 \bar{x} + Q_2^2 x} dx + O\left(\frac{\delta_{\text{Tw-4}}^2}{Q^4}\right)$$

Здесь $\delta_{\text{Tw-4}}^2$ – масштаб вклада твиста 4

Factorization: general scheme

Формфактор перехода $\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi$:

разделение **малых** и **больших** расстояний


$$F_{\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi^0}(Q_1^2, Q_2^2) =$$
$$-q_{1,2}^2 = Q_{1,2}^2 \geq 1 \text{ ГэВ}^2$$

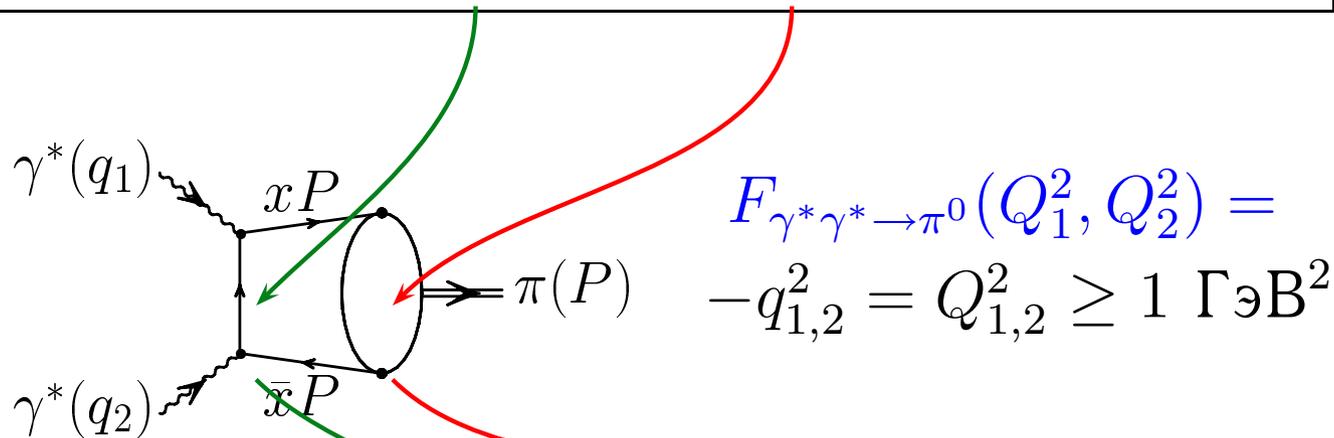
$$= C(q_1^2, q_2^2; \mu^2; x) \otimes \varphi_\pi(x; \mu^2) + O\left(\frac{\delta_{\text{Tw-4}}^2}{Q^4}\right)$$

Здесь $\delta_{\text{Tw-4}}^2$ – масштаб вклада твиста 4

Factorization: general scheme

Формфактор перехода $\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi$:

разделение **малых** и **больших** расстояний



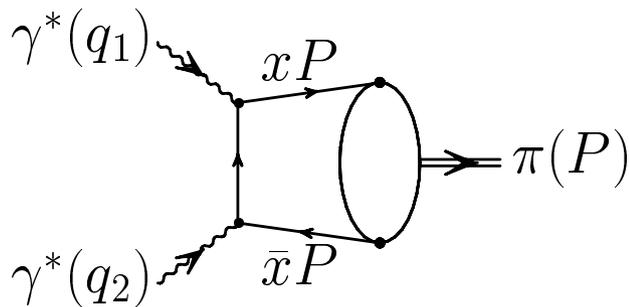
$$= \boxed{C(q_1^2, q_2^2; \mu^2; x)} \otimes \boxed{\varphi_\pi(x; \mu^2)} + O\left(\frac{\delta_{\text{Tw-4}}^2}{Q^4}\right)$$

Здесь $\delta_{\text{Tw-4}}^2$ – масштаб вклада твиста 4

Factorization: general scheme

Формфактор перехода $\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi$:

$\varphi_\pi(x)$ появляется в виде свертки



$$F_{\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi^0}(Q_1^2, Q_2^2) =$$

$$-q_{1,2}^2 = Q_{1,2}^2 \geq 1 \text{ ГэВ}^2$$

$$\simeq \int_0^1 \frac{\varphi_\pi(x; Q^2)}{Q_1^2 \bar{x} + Q_2^2 x} dx + O\left(\frac{\delta_{\text{Tw-4}}^2}{Q^4}\right)$$

Factorization: general properties of πDA

Итак, что же такое πDA $\varphi_\pi(x, \mu^2)$ ведущего твиста 2?

- она описывает матричный элемент нелокального аксиального тока на световом конусе

$$\langle 0 | [\bar{d}(z) \gamma_\alpha \gamma_5 E(z, 0) u(0)]_{\mu^2} | \pi(P) \rangle \Big|_{z^2=0} =$$
$$i f_\pi P_\alpha \int_0^1 dx e^{ix(zP)} \varphi_\pi^{\text{Tw-2}}(x, \mu^2)$$

Factorization: general properties of πDA

Итак, что же такое πDA $\varphi_\pi(x, \mu^2)$ ведущего твиста 2?

- она описывает матричный элемент нелокального аксиального тока на световом конусе

$$\langle 0 | [\bar{d}(z) \gamma_\alpha \gamma_5 E(z, 0) u(0)]_{\mu^2} | \pi(P) \rangle \Big|_{z^2=0} = \\ i f_\pi P_\alpha \int_0^1 dx e^{ix(zP)} \varphi_\pi^{\text{Tw-2}}(x, \mu^2)$$

- она калибровочно-инвариантна за счет струны Фока–Швингера:

$$E(z, 0) = \mathcal{P} e^{ig \int_0^z A_\mu(\tau) d\tau^\mu}$$

Factorization: general properties of πDA

Итак, что же такое πDA $\varphi_\pi(x, \mu^2)$ ведущего твиста 2?

- она описывает матричный элемент нелокального аксиального тока на световом конусе

$$\langle 0 | [\bar{d}(z) \gamma_\alpha \gamma_5 E(z, 0) u(0)]_{\mu^2} | \pi(P) \rangle \Big|_{z^2=0} = \\ i f_\pi P_\alpha \int_0^1 dx e^{ix(zP)} \varphi_\pi^{\text{Tw-2}}(x, \mu^2)$$

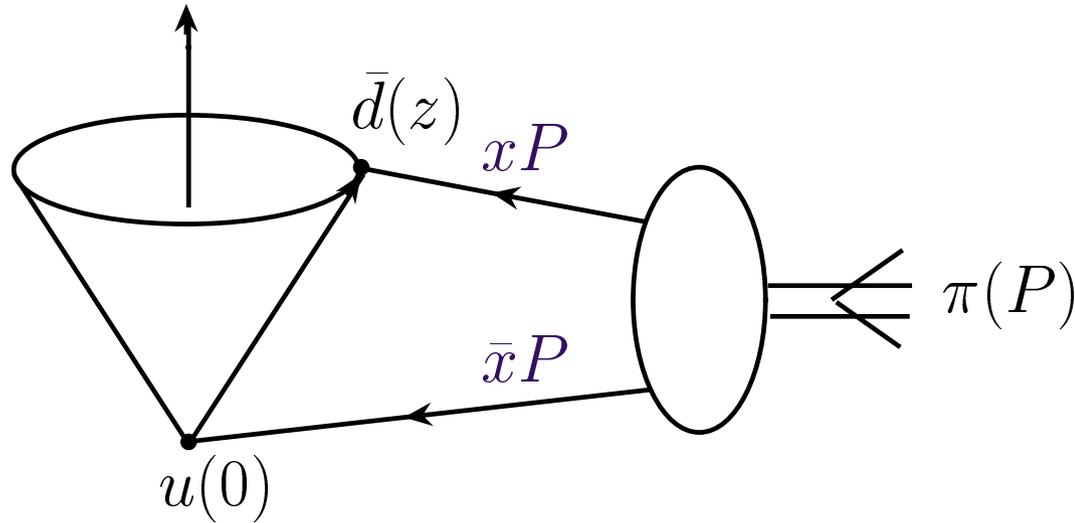
- она калибровочно-инвариантна за счет струны Фока–Швингера:

$$E(z, 0) = \mathcal{P} e^{ig \int_0^z A_\mu(\tau) d\tau^\mu}$$

В твисте 4 имеется 6 различных πDA , четыре имеют значение для анализа $F_{\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi^0}(Q_1^2, Q_2^2)$.

Factorization: Physical interpretation of πDA

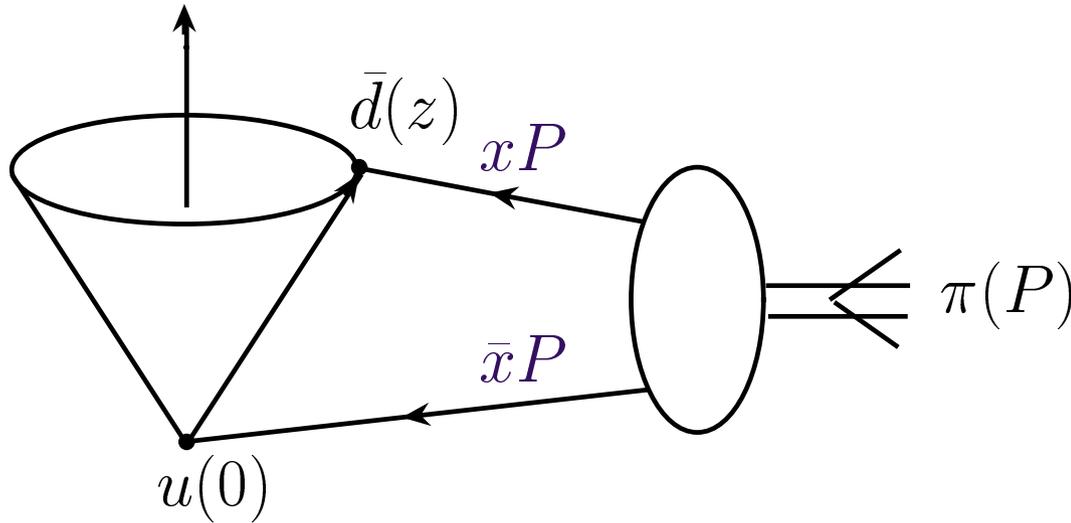
$\varphi_\pi(x; \mu^2)$ – амплитуда перехода $\pi \rightarrow u + d$



- нормировка на 1
- симметрична по замене $x \leftrightarrow \bar{x}$
(здесь $\bar{x} \equiv 1 - x$)

Factorization: Physical interpretation of πDA

$\varphi_\pi(x; \mu^2)$ – амплитуда перехода $\pi \rightarrow u + d$



- нормировка на 1
- симметрична по замене $x \rightleftharpoons \bar{x}$
(здесь $\bar{x} \equiv 1 - x$)

- мультипликативно перенормируема

[Ефремов–Радюшкин; Бродский–Лепаж, (ЕРБЛ)]

- асимптотическая πDA в 1-петлевом приближении:

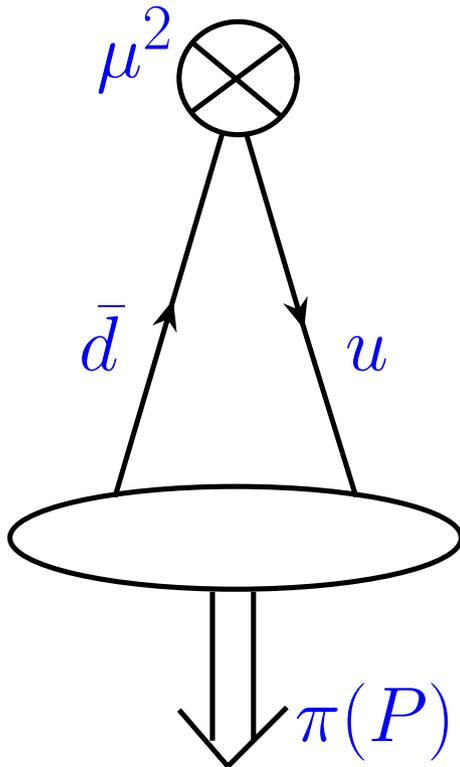
$$\varphi_\pi(x; \mu^2 \rightarrow \infty) = \varphi^{As}(x) = 6x(1 - x)$$

Factorization: Evolution of πDA in $pQCD$

$\varphi_\pi(x; \mu^2)$ зависит от масштаба μ^2 . Эта зависимость полностью определяется в $pQCD$ уравнением ЕРБЛ:

$$\frac{d\varphi_\pi(x; \mu^2)}{d \ln \mu^2} = V(x, u; \alpha_s(\mu^2)) \otimes_u \varphi_\pi(u; \mu^2)$$

$$V(x, u; \alpha_s) = \left(\frac{\alpha_s}{4\pi}\right) V_0(x, u) + \left(\frac{\alpha_s}{4\pi}\right)^2 V_1(x, u) + \dots$$

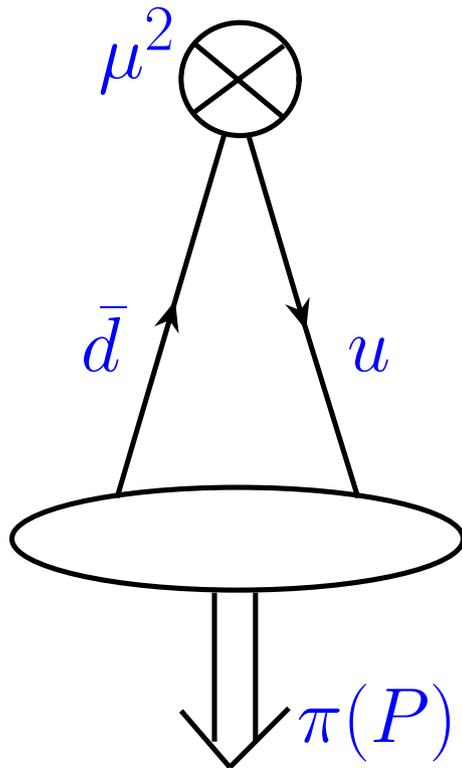


Factorization: Evolution of πDA in $pQCD$

$\varphi_\pi(x; \mu^2)$ зависит от масштаба μ^2 . Эта зависимость полностью определяется в $pQCD$ уравнением ЕРБЛ:

$$\frac{d\varphi_\pi(x; \mu^2)}{d \ln \mu^2} = V(x, u; \alpha_s(\mu^2)) \otimes_u \varphi_\pi(u; \mu^2)$$

$$V(x, u; \alpha_s) = \left(\frac{\alpha_s}{4\pi}\right) V_0(x, u) + \left(\frac{\alpha_s}{4\pi}\right)^2 V_1(x, u) + \dots$$



Решение ЕРБЛ: $\varphi_\pi(x; \mu^2) = \varphi^{As}(x) \times$
 $\times \left[1 + a_2(\mu^2) C_2^{3/2}(\xi) + a_4(\mu^2) C_4^{3/2}(\xi) + \dots \right]_{\xi \equiv 2x-1}$

где $C_n^{3/2}(\xi)$ – полиномы Гегенбауера (собственные функции 1-петлевого ядра ЕРБЛ-эволюции).

Factorization: Evolution of πDA in $pQCD$

При этом вся μ^2 -зависимость переходит в коэффициенты:

$$\varphi_\pi(x; \mu^2) \Leftrightarrow \{a_2(\mu^2), a_4(\mu^2), \dots\},$$

причем в 1-петлевом приближении

$$a_n^{1\text{-loop}}(\mu^2) = a_n(\mu_0^2) \left[\frac{\alpha_s(\mu^2)}{\alpha_s(\mu_0^2)} \right]^{\gamma_0(n)/(2b_0)},$$

где $\gamma_0(n)$ – аномальные размерности, определяемые собственными значениями 1-петлевого ядра эволюции V_0 , а b_0 – первый коэффициент разложения бета-функции КХД:

$$\beta(\alpha_s(Q^2)) \equiv \frac{d\alpha_s(\mu^2)}{d \ln(\mu^2)} = -\frac{\alpha_s^2(\mu^2)}{4\pi} \left[b_0 + b_1 \frac{\alpha_s(\mu^2)}{4\pi} + \dots \right].$$

QCD Sum Rules:

Hadron Properties in Nonperturbative QCD

QCD Sum Rules: Hadrons in np QCD

Проблема: как описывать связанные состояния в КХД?

QCD Sum Rules: Hadrons in np QCD

Проблема: как описывать связанные состояния в КХД?
Метод правил сумм КХД позволяет рассчитывать характеристики адронных состояний (массы, распадные константы, магнитные моменты), но ничего не говорит о самом процессе связывания кварков в адрон (**адронизация, конфайнмент**).

QCD Sum Rules: Hadrons in np QCD

Проблема: как описывать связанные состояния в КХД?

Метод правил сумм КХД позволяет рассчитывать характеристики адронных состояний (массы, распадные константы, магнитные моменты), но ничего не говорит о самом процессе связывания кварков в адрон (**адронизация, конфайнмент**).

Предложен в 1977 г. **Шифманом, Вайнштейном и Захаровым (ИТЭФ)** для описания спектра состояний J/ψ -частицы, содержащей c -кварк и открытой в 1974 г. на e^+e^- -коллайдере SPEAR (SLAC) (параллельно была открыта и в $p + Be$ -взаимодействиях в BNL). В 1979 г. применен для описания легких адронов в **безмассовой КХД**.

QCD Sum Rules: Hadrons in np QCD

Проблема: как описывать связанные состояния в КХД?
Метод правил сумм КХД позволяет рассчитывать характеристики адронных состояний (массы, распадные константы, магнитные моменты), но ничего не говорит о самом процессе связывания кварков в адрон (**адронизация, конфайнмент**).

Предложен в 1977 г. **Шифманом, Вайнштейном и Захаровым (ИТЭФ)** для описания спектра состояний J/ψ -частицы, содержащей c -кварк и открытой в 1974 г. на e^+e^- -коллайдере SPEAR (SLAC) (параллельно была открыта и в $p + Be$ -взаимодействиях в BNL). В 1979 г. применен для описания легких адронов в **безмассовой КХД**.

Основная идея: посчитать **корреляторы адронных токов** $\langle 0|T [J_1(x)J_2(0)] |0\rangle$ двумя способами. Правило сумм – результат согласования.

QCD Sum Rules: general scheme

Коррелятор адронных токов берется в дисперсионном представлении

$$F_{x \rightarrow q} [\langle 0 | T [J_1(x) J_2(0)] | 0 \rangle] (Q^2) \equiv \Pi (Q^2) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\rho_{12}(s) ds}{s + Q^2}.$$

после чего к нему применяют преобразование Бореля:

$$B_{Q^2 \rightarrow M^2} [\Pi(Q^2)] \equiv \Phi (M^2) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \rho_{12}(s) e^{-s/M^2} \frac{ds}{M^2},$$

которое “давит” вклады высших состояний и способствует улучшению качества правил сумм. Кроме того, оно уничтожает все вычитания в дисперсионном представлении.

QCD Sum Rules: general scheme

1-ый способ: операторное разложение с учетом наличия конденсатов кварковых и глюонных полей в КХД-вакууме

$$\Phi(Q^2) = \Phi_{\text{pert}}(Q^2) + c_{GG} \left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} \right\rangle + c_{\bar{q}q} \alpha_s \langle \bar{q}q \rangle^2$$

Здесь $\left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} \right\rangle = 0.012 \text{ ГэВ}^4$, $\alpha_s \langle \bar{q}q \rangle^2 = 0.0018 \text{ ГэВ}^6$.

2-ой способ: феноменологическое насыщение спектральной плотности адронными состояниями

$$\rho_{\text{had}}(s) = f_h^2 \delta(s - m_h^2) + \rho_{\text{pert}}(s) \theta(s - s_0)$$

в виде модели основное состояние $h + \text{continuum}$, который начинается с порога $s = s_0$.

QCD Sum Rules: general scheme

Вопрос: Почему вклад континуума моделируют с помощью пертурбативной спектральной плотности?

Ответ: у нас имеется строгое соотношение между кварковой и адронной спектральными плотностями при $M^2 \rightarrow \infty$ (когда все степенные поправки обращаются в 0)

$$\int_0^{\infty} \rho_{\text{pert}}(s) ds = \int_0^{\infty} \rho_{\text{had}}(s) ds ,$$

оно-то и дает нам право говорить о спектральной дуальности кварков и адронов при больших s .

QCD Sum Rules: pion decay constant

Рассмотрим коррелятор аксиальных токов

$$J_{\alpha 5}^\dagger(x) = \bar{d}(x)\gamma_\alpha\gamma_5 u(x) \quad \text{и} \quad J_{\beta 5}(0) = \bar{u}(0)\gamma_\beta\gamma_5 d(0).$$

Пионная константа распада определяется матричным элементом

$$\langle 0 | [\bar{d}(0)\gamma_\alpha\gamma_5 u(0)] | \pi(P) \rangle = i f_\pi P_\alpha,$$

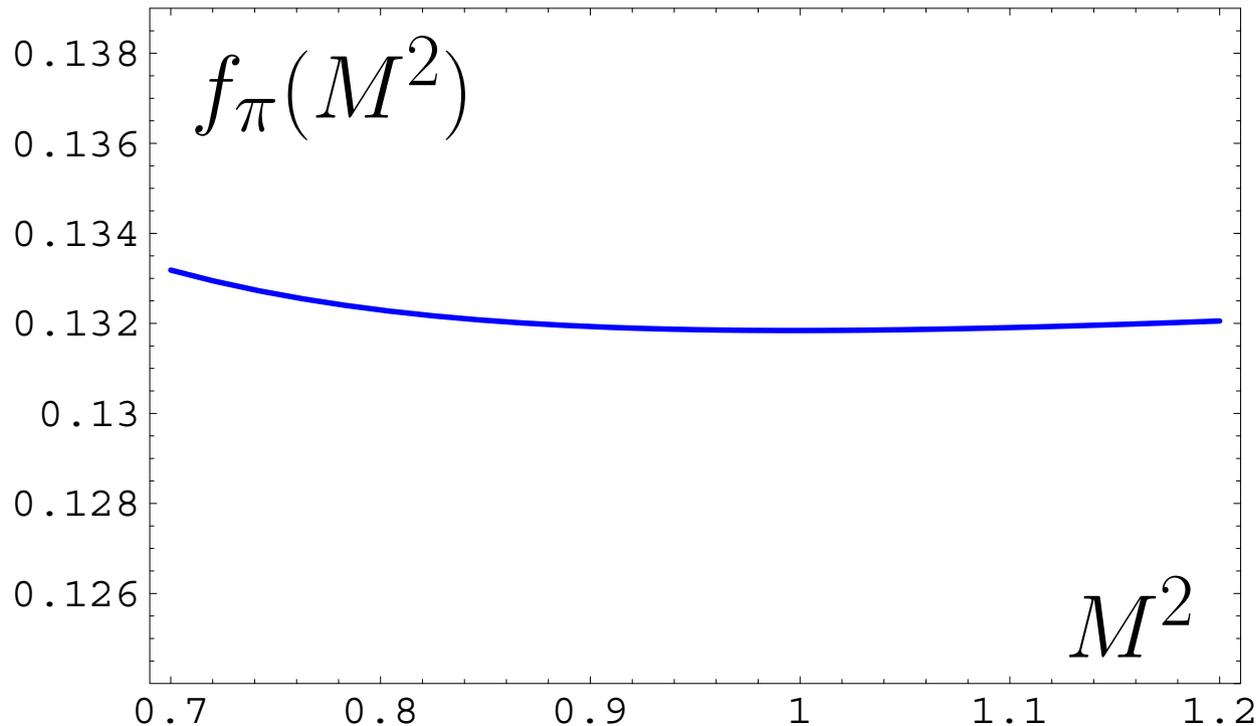
так что получается следующее правило сумм

$$f_\pi^2 = \frac{M^2}{4\pi^2} \left(1 - e^{-s_0/M^2}\right) \left[1 + \frac{\alpha_s}{\pi}\right] + \frac{\langle \frac{\alpha_s}{\pi} GG \rangle}{12M^2} + \frac{176}{81} \frac{\pi\alpha_s \langle \bar{q}q \rangle^2}{M^4}.$$

Оно дает хорошую стабильность при $s_0 \approx 0.7 \text{ ГэВ}^2$.

QCD Sum Rules: pion decay constant

Вариация правой части ПС в области $M^2 \in [0.7; 1.2]$ ГэВ²:

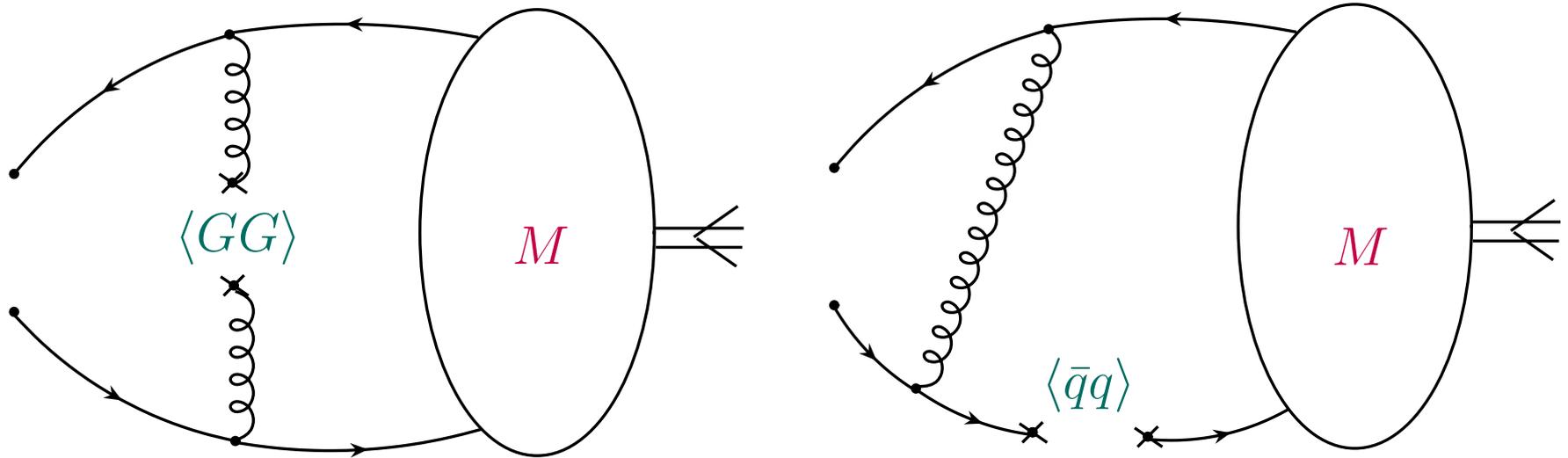


дает значение $f_\pi = 0.133 \pm 0.007$ ГэВ, которое следует сравнить с $f_\pi^{\text{exp}} = 0.131$ ГэВ.

QCD SRs with NLC:

Nonlocal QCD vacuum and Pion DA

Nonlocal QCD vacuum and QCD Sum Rules



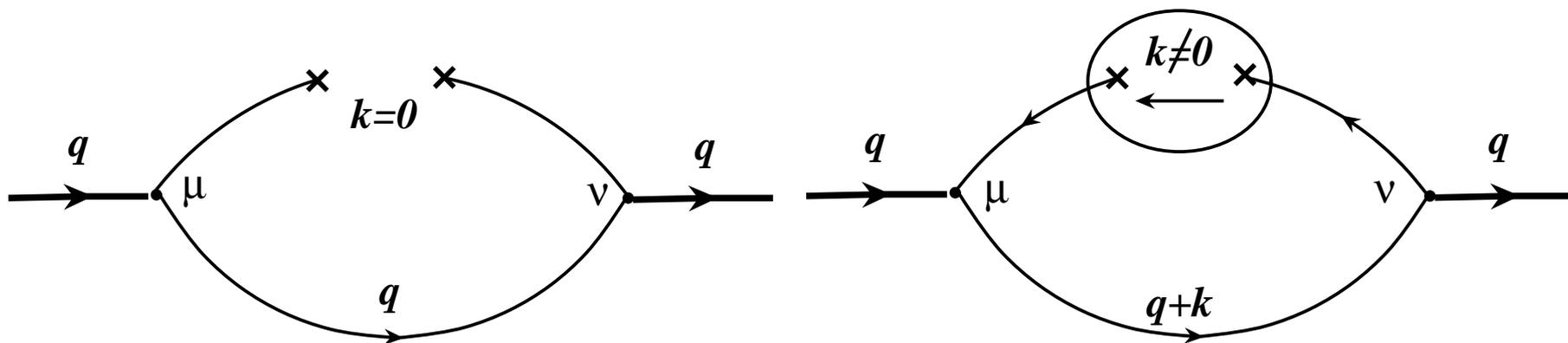
Для описания статических характеристик ($m_M, f_M \dots$) мезонов ($M = \rho, \omega, \pi \dots$) достаточно небольшого знания о структуре вакуума:

$$\left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} :GG: \right\rangle \simeq 0.012 \text{ ГэВ}^4, \quad \langle : \bar{q}q : \rangle \simeq -(250 \text{ МэВ})^3$$

Nonlocal QCD vacuum and QCD Sum Rules

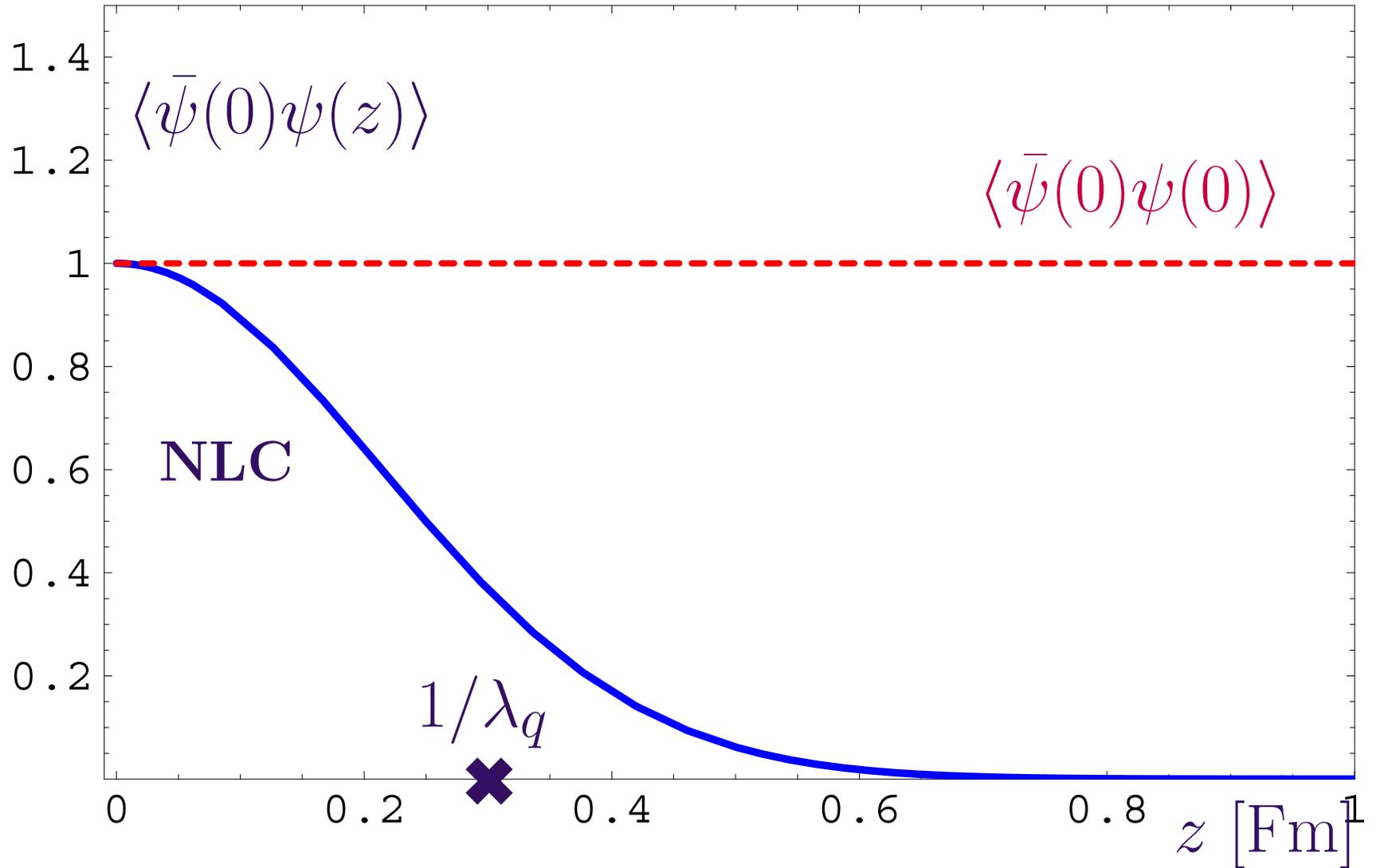
Для описания распределений (АР) кварков в мезонах необходим учет нелокальности конденсатов в вакууме КХД:

$$\langle : \bar{q} q : \rangle \quad \rightarrow \quad \langle : \bar{q}(0) E(0, z) q(z) : \rangle$$



Как показывают оценки в рамках ПС КХД конденсаты $\langle : \bar{q}(0) E(0, z) q(z) : \rangle$ меняются на расстояниях порядка $1/\lambda_q \simeq 0.3$ Фм. Эта длина очень близка к типичному адронному масштабу $1/m_\rho \simeq 0.25$ Фм.

NLC from Lattice QCD



Non-Local Condensates in QCD SR

- Illustration of NLC-model: $\langle \bar{q}(0)q(z) \rangle = \langle \bar{q}(0)q(0) \rangle e^{-|z^2|\lambda_q^2/8}$

Non-Local Condensates in QCD SR

- Illustration of NLC-model: $\langle \bar{q}(0)q(z) \rangle = \langle \bar{q}(0)q(0) \rangle e^{-|z^2|\lambda_q^2/8}$
- A single scale parameter $\lambda_q^2 = \langle k^2 \rangle$ characterizing the average momentum of quarks in QCD vacuum:

$$\lambda_q^2 = \begin{cases} 0.4 \pm 0.1 \text{ GeV}^2 & [\text{QCD SRs, 1987}] \\ 0.5 \pm 0.05 \text{ GeV}^2 & [\text{QCD SRs, 1991}] \\ \approx 0.4 - 0.5 \text{ GeV}^2 & [\text{Lattice, 1998-2002}] \end{cases}$$

Non-Local Condensates in QCD SR

- Illustration of NLC-model: $\langle \bar{q}(0)q(z) \rangle = \langle \bar{q}(0)q(0) \rangle e^{-|z^2|\lambda_q^2/8}$
- A single scale parameter $\lambda_q^2 = \langle k^2 \rangle$ characterizing the average momentum of quarks in QCD vacuum:

$$\lambda_q^2 = \begin{cases} 0.4 \pm 0.1 \text{ GeV}^2 & [\text{QCD SRs, 1987}] \\ 0.5 \pm 0.05 \text{ GeV}^2 & [\text{QCD SRs, 1991}] \\ \approx 0.4 - 0.5 \text{ GeV}^2 & [\text{Lattice, 1998-2002}] \end{cases}$$

- Correlation length $\lambda_q^{-1} \simeq 0.3 \text{ Fm} \sim \rho\text{-meson size}$

Non-Local Condensates in QCD SR

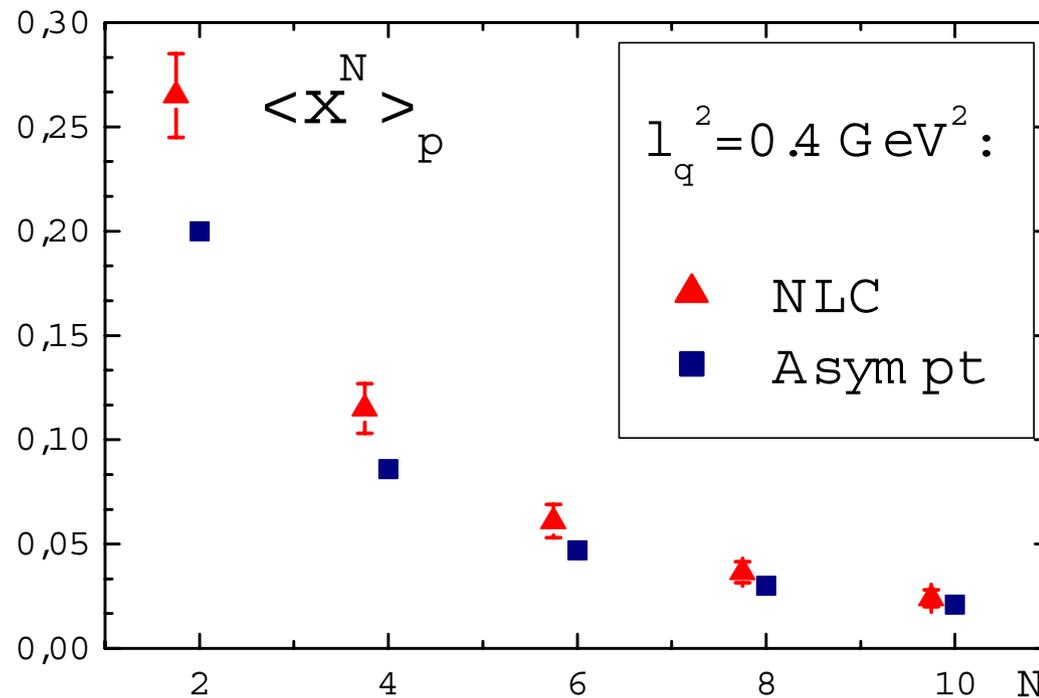
- Illustration of NLC-model: $\langle \bar{q}(0)q(z) \rangle = \langle \bar{q}(0)q(0) \rangle e^{-|z^2|\lambda_q^2/8}$
- A single scale parameter $\lambda_q^2 = \langle k^2 \rangle$ characterizing the average momentum of quarks in QCD vacuum:

$$\lambda_q^2 = \begin{cases} 0.4 \pm 0.1 \text{ GeV}^2 & [\text{QCD SRs, 1987}] \\ 0.5 \pm 0.05 \text{ GeV}^2 & [\text{QCD SRs, 1991}] \\ \approx 0.4 - 0.5 \text{ GeV}^2 & [\text{Lattice, 1998-2002}] \end{cases}$$

- Correlation length $\lambda_q^{-1} \simeq 0.3 \text{ Fm} \sim \rho\text{-meson size}$
- Possible to include second ($\Lambda \simeq 450 \text{ MeV}$) scale with $\langle \bar{q}(0)q(z) \rangle \Big|_{|z| \gg 1 \text{ Fm}} \sim \langle \bar{q}(0)q(0) \rangle e^{-|z|\Lambda}$ (not included here)

NLC SRs for pion DA $\varphi_\pi(x)$

$$\text{Moments } \langle \xi^N \rangle_\pi = \int_0^1 \varphi_\pi(x) (2x-1)^N dx \quad \text{at } \mu^2 \approx 1 \text{ GeV}^2$$



from NLC SRs

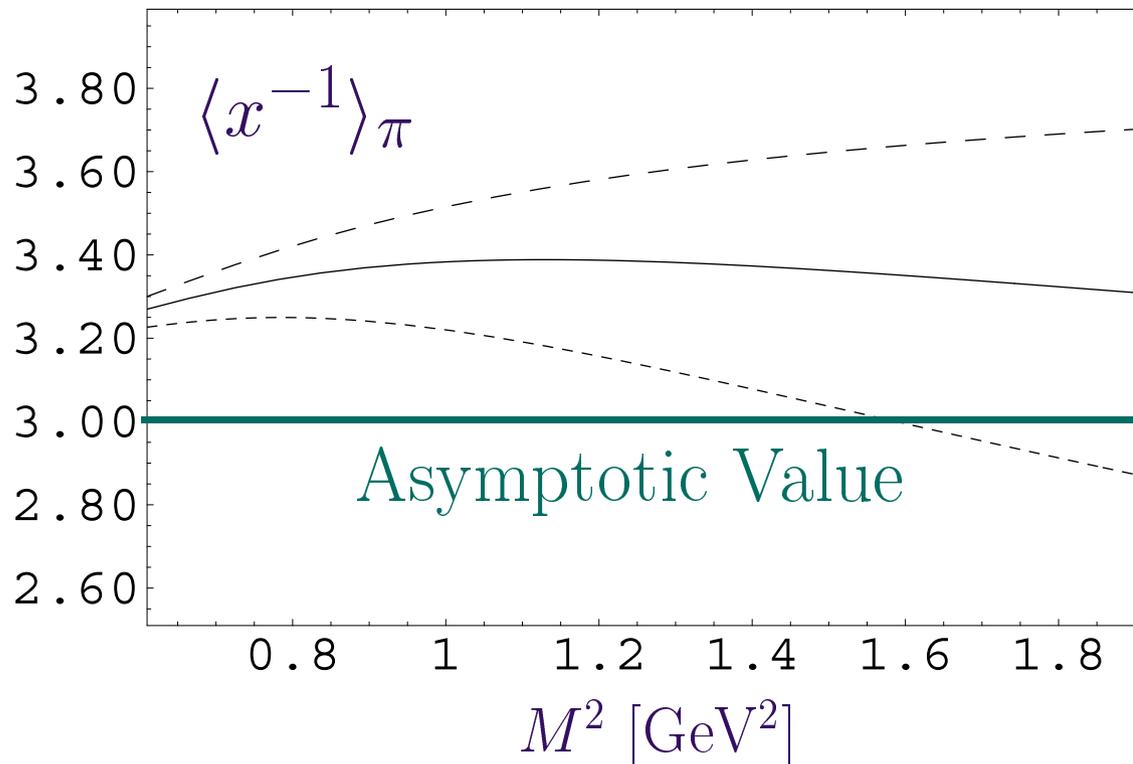
[▲ PLB (2001)]

These $\langle \xi^N \rangle_\pi$ values allow one to **restore** DA $\varphi_\pi(x)$

NLC SRs for pion DA $\varphi_\pi(x)$

Independent direct estimate of the inverse moment

$$\langle x^{-1} \rangle_\pi^{\text{SR}} = \int_0^1 \varphi_\pi(x) \frac{dx}{x} \text{ at } \mu^2 \approx 1 \text{ GeV}^2$$



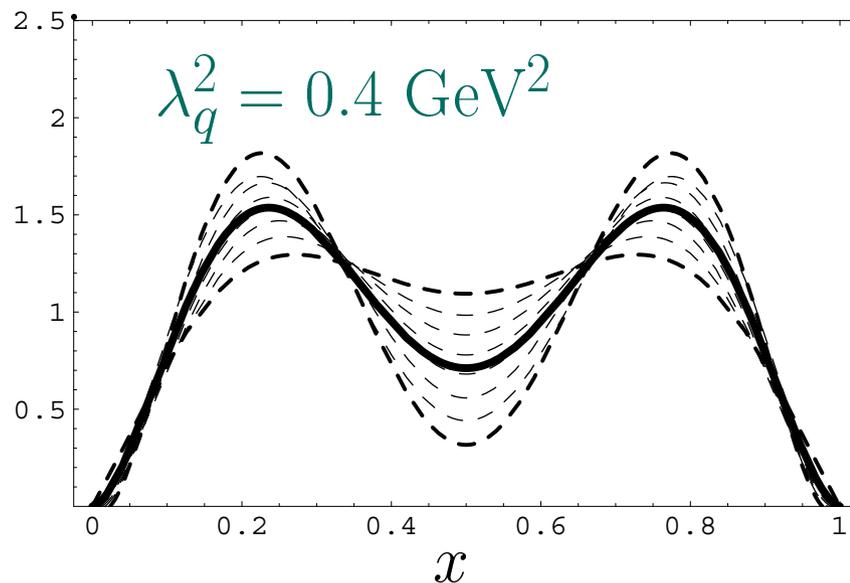
determined **ONLY**
in **NLC SRs**
because
end-point singularities
absent

[PLB (1998)]
[PLB (2001)]

NLC Sum Rules for πDA

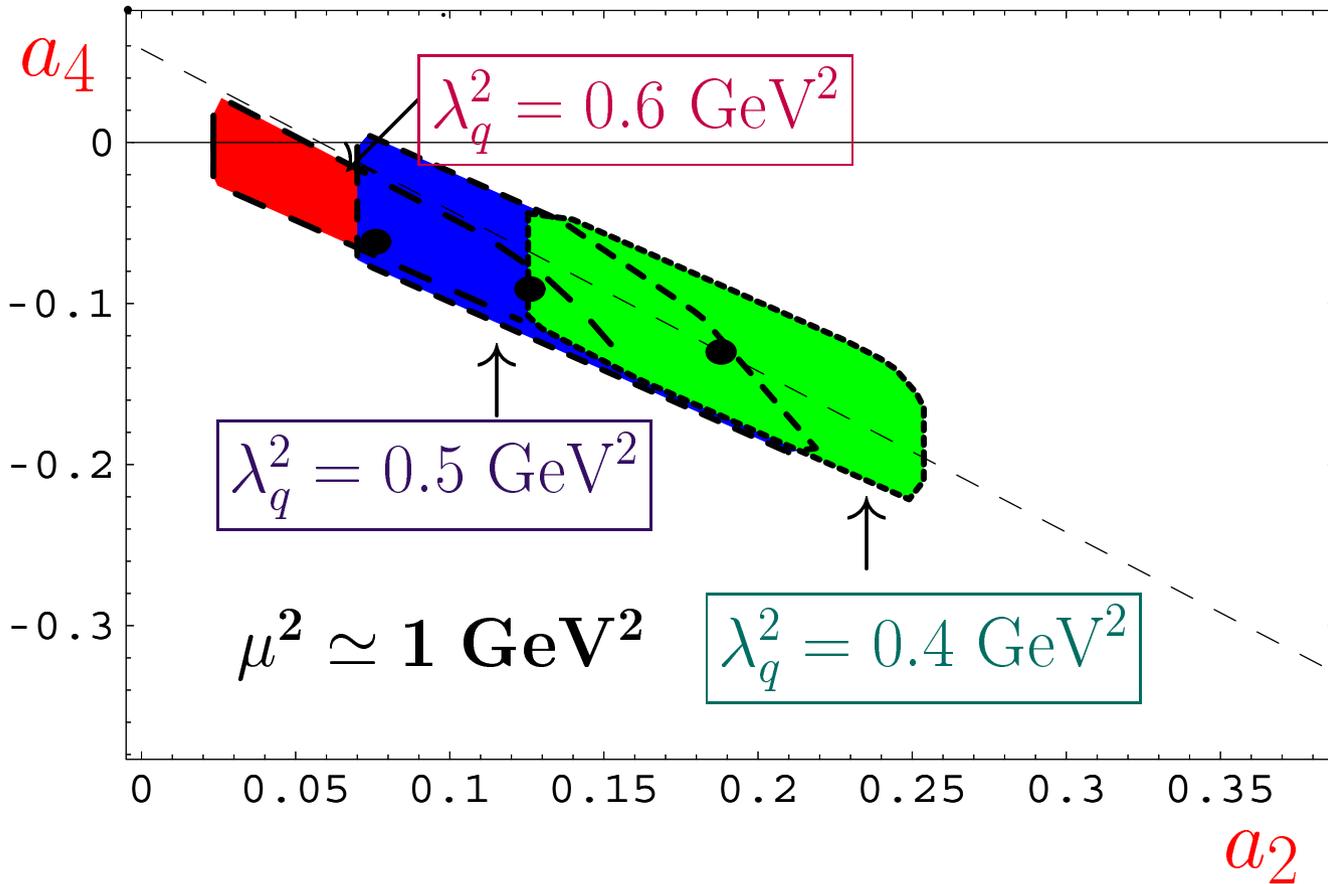
produce **bunch** of self-consistent 2-parameter models $\varphi_\pi(x)$ at $\mu^2 \simeq 1 \text{ GeV}^2$:

$$\varphi_\pi(x) = \varphi^{\text{as}}(x) \left[1 + a_2 C_2^{3/2}(\xi) + a_4 C_4^{3/2}(\xi) \right]_{\xi \equiv 2x-1}$$



a_2 b.f.	=	+0.188
a_4 b.f.	=	-0.130
χ^2	\approx	0.001
$\langle x^{-1} \rangle^{\text{SR}}$	=	3.30(30)

NLC SR Constraints on a_2, a_4 of pion DA φ_π



How to obtain πDA ?

From QCD theory

- Chernyak&Zhitnitsky model (1982–84)

How to obtain πDA ?

From QCD theory

- Chernyak&Zhitnitsky model (1982–84)
- NLC QCD SRs: BMR (1986-95), BM (1996-00), BMS (2001-03)

How to obtain πDA ?

From QCD theory

- Chernyak&Zhitnitsky model (1982–84)
- NLC QCD SRs: BMR (1986-95), BM (1996-00), BMS (2001-03)
- Instanton-induced models: Petrov et al. (1999), Dorokhov et al. (2000), Praszalowicz et al. (2001-02)

How to obtain πDA ?

From QCD theory

- Chernyak&Zhitnitsky model (1982–84)
- NLC QCD SRs: BMR (1986-95), BM (1996-00), BMS (2001-03)
- Instanton-induced models: Petrov et al. (1999), Dorokhov et al. (2000), Praszalowicz et al. (2001-02)
- Lattice: Dalley (2000-01), Burkardt&Seal (2001), del Debbio et al. (2000)

How to obtain πDA ?

From QCD theory

- Chernyak&Zhitnitsky model (1982–84)
- NLC QCD SRs: BMR (1986-95), BM (1996-00), BMS (2001-03)
- Instanton-induced models: Petrov et al. (1999), Dorokhov et al. (2000), Praszalowicz et al. (2001-02)
- Lattice: Dalley (2000-01), Burkardt&Seal (2001), del Debbio et al. (2000)

New possibility: Use CLEO data (1998) within Light-Cone SR approach to extract constraints on a_2 and a_4 [Khodjamirian (1999), Schmedding&Yakovlev (2000), BMS (2001-03)]

Perturbative Part

NLO Light-Cone SRs \Rightarrow

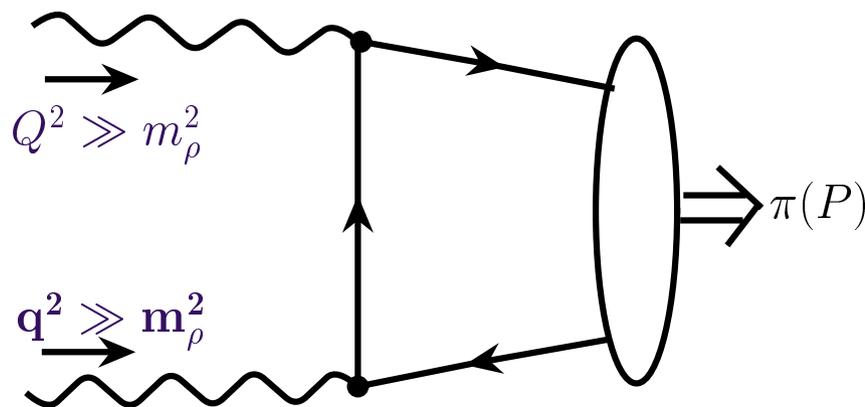
CLEO data on $F_{\gamma\gamma^*\pi}(Q^2) \Rightarrow$

Constraints on $\varphi_\pi(x)$

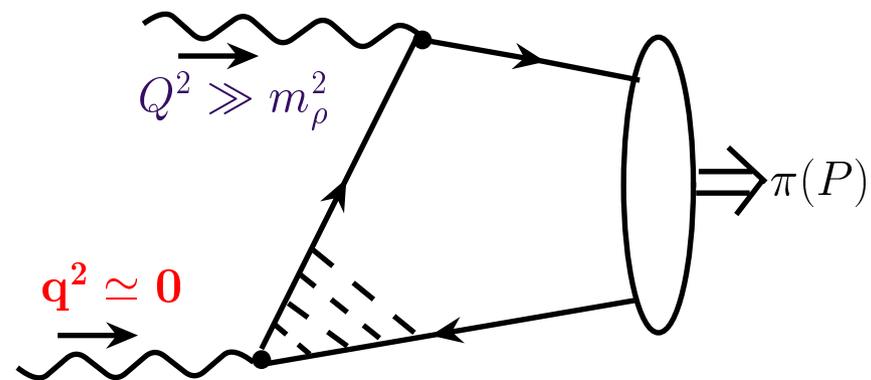
$\gamma^* \gamma \rightarrow \pi$: Why Light-Cone Sum Rules?

For $Q^2 \gg m_\rho^2$, $q^2 \ll m_\rho^2$ pQCD factorization valid only in leading twist and higher twists are of importance [Radyushkin–Ruskov, NPB (1996)].

Reason: if $q^2 \rightarrow 0$ one needs to take into account interaction of real photon at long distances of order of $O(1/\sqrt{q^2})$



pQCD is OK

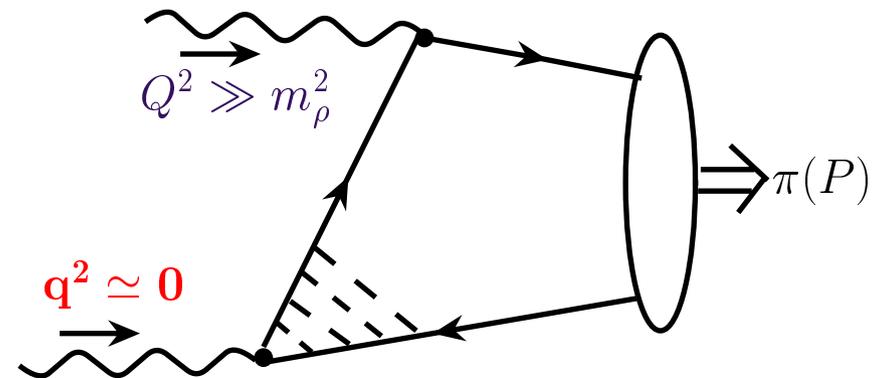


LCSR should be applied

$\gamma^* \gamma \rightarrow \pi$: Why Light-Cone Sum Rules?

For $Q^2 \gg m_\rho^2$, $q^2 \ll m_\rho^2$ pQCD factorization valid only in leading twist and higher twists are of importance [Radyushkin–Ruskov, NPB (1996)].

Reason: if $q^2 \rightarrow 0$ one needs to take into account interaction of real photon at long distances of order of $O(1/\sqrt{q^2})$

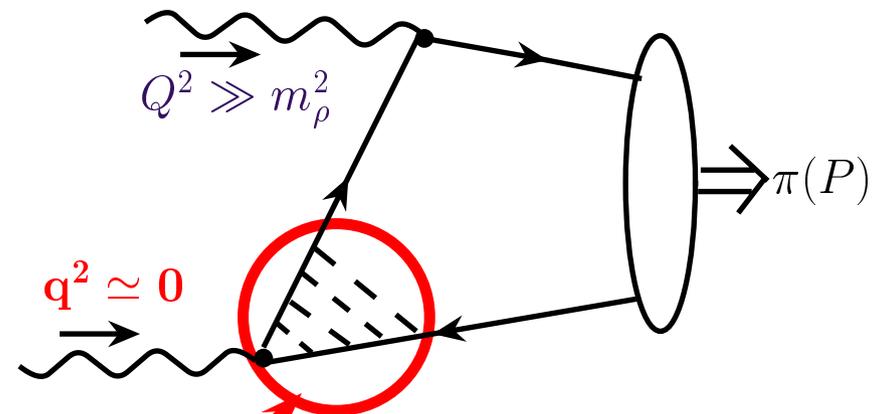


To account for long-distance effects in pQCD one needs to introduce light-cone **DA** of real photon

$\gamma^* \gamma \rightarrow \pi$: Why Light-Cone Sum Rules?

For $Q^2 \gg m_\rho^2$, $q^2 \ll m_\rho^2$ pQCD factorization valid only in leading twist and higher twists are of importance [Radyushkin–Ruskov, NPB (1996)].

Reason: if $q^2 \rightarrow 0$ one needs to take into account interaction of real photon at long distances of order of $O(1/\sqrt{q^2})$



To account for long-distance effects in pQCD one needs to introduce light-cone **DA** of real photon

$\gamma^* \gamma \rightarrow \pi$: *Light-Cone Sum Rules!*

Khodjamirian [EJPC (1999)]: LCSR effectively accounts for long-distances effects of real photon using quark-hadron duality in vector channel and dispersion relation in q^2

$$F_{\gamma\gamma^*\pi}(Q^2, q^2) = \frac{1}{\pi} \int_0^{s_0} \frac{\mathbf{Im} F_{\gamma^*\gamma^*\pi}^{\text{PT}}(Q^2, s)}{m_\rho^2 + q^2} \exp\left[\frac{m_\rho^2 - s}{M^2}\right] ds + \frac{1}{\pi} \int_{s_0}^{\infty} \frac{\mathbf{Im} F_{\gamma^*\gamma^*\pi}^{\text{PT}}(Q^2, s)}{s + q^2} ds$$

$s_0 \simeq 1.5 \text{ GeV}^2$ – effective threshold in vector channel,
 M^2 – Borel parameter (0.5 – 0.9 GeV^2).

Real-photon limit $q^2 \rightarrow 0$ can be easily done ...

$\gamma^* \gamma \rightarrow \pi$: *Light-Cone Sum Rules!*

Khodjamirian [EJPC (1999)]: LCSR effectively accounts for long-distances effects of real photon using quark-hadron duality in vector channel and dispersion relation in q^2

$$F_{\gamma\gamma^*\pi}(Q^2, 0) = \frac{1}{\pi} \int_0^{s_0} \frac{\mathbf{Im} F_{\gamma^*\gamma^*\pi}^{\text{PT}}(Q^2, s)}{m_\rho^2} \exp\left[\frac{m_\rho^2 - s}{M^2}\right] ds + \frac{1}{\pi} \int_{s_0}^\infty \frac{\mathbf{Im} F_{\gamma^*\gamma^*\pi}^{\text{PT}}(Q^2, s)}{s} ds$$

$s_0 \simeq 1.5 \text{ GeV}^2$ – effective threshold in vector channel,
 M^2 – Borel parameter (0.5 – 0.9 GeV^2).

... as demonstrated here.

Revision of CLEO data analysis

- Accurate NLO evolution for both $\varphi(x, Q_{\text{exp}}^2)$ and $\alpha_s(Q_{\text{exp}}^2)$, taking into account quark thresholds

Revision of CLEO data analysis

- Accurate NLO evolution for both $\varphi(x, Q_{\text{exp}}^2)$ and $\alpha_s(Q_{\text{exp}}^2)$, taking into account quark thresholds
- The relation between “nonlocality” scale and twist-4 magnitude $\delta_{\text{Tw-4}}^2 \approx \lambda_q^2/2$ was used to re-estimate $\delta_{\text{Tw-4}}^2 = 0.19 \pm 0.02$ at $\lambda_q^2 = 0.4 \text{ GeV}^2$

Revision of CLEO data analysis

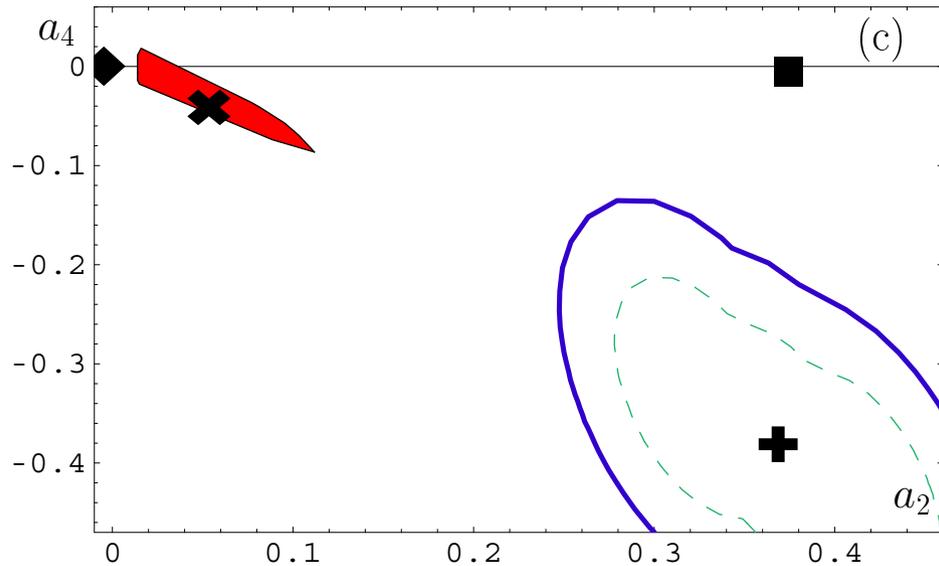
- Accurate NLO evolution for both $\varphi(x, Q_{\text{exp}}^2)$ and $\alpha_s(Q_{\text{exp}}^2)$, taking into account quark thresholds
- The relation between “nonlocality” scale and twist-4 magnitude $\delta_{\text{Tw-4}}^2 \approx \lambda_q^2/2$ was used to re-estimate $\delta_{\text{Tw-4}}^2 = 0.19 \pm 0.02$ at $\lambda_q^2 = 0.4 \text{ GeV}^2$
- New procedure of data processing to disentangle the statistical and theoretical uncertainties

Revision of CLEO data analysis

- Accurate NLO evolution for both $\varphi(x, Q_{\text{exp}}^2)$ and $\alpha_s(Q_{\text{exp}}^2)$, taking into account quark thresholds
- The relation between “nonlocality” scale and twist-4 magnitude $\delta_{\text{Tw-4}}^2 \approx \lambda_q^2/2$ was used to re-estimate $\delta_{\text{Tw-4}}^2 = 0.19 \pm 0.02$ at $\lambda_q^2 = 0.4 \text{ GeV}^2$
- New procedure of data processing to disentangle the statistical and theoretical uncertainties
- Constraints on $\langle x^{-1} \rangle_\pi$ from CLEO data

NLC SR Results vs NLO CLEO Constraints

[BMS, PRD (2003)]

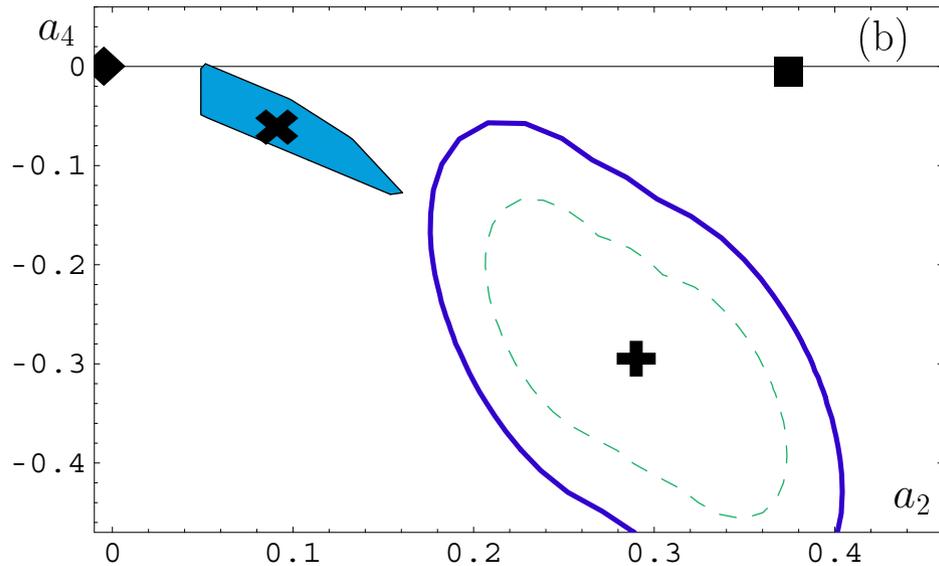


$$\blacksquare \Leftrightarrow \lambda_q^2 = 0.6 \text{ GeV}^2, \\ \delta_{\text{TW-4}}^2 = 0.28(3) \text{ GeV}^2$$

No agreement with CLEO data for $\lambda_q^2 = 0.6 \text{ GeV}^2$

NLC SR Results vs NLO CLEO Constraints

[BMS, PRD (2003)]

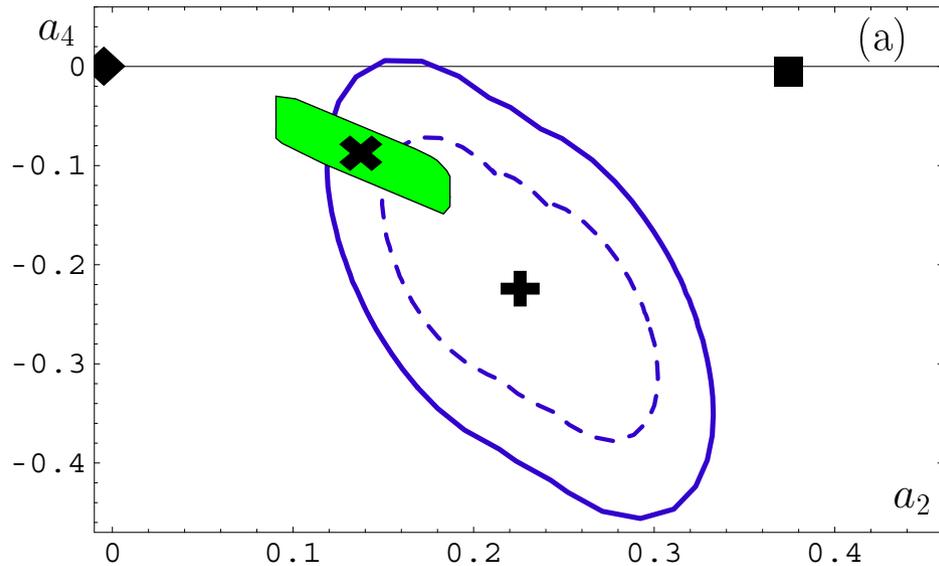


■ $\Leftrightarrow \lambda_q^2 = 0.5 \text{ GeV}^2,$
 $\delta_{\text{TW-4}}^2 = 0.23(2) \text{ GeV}^2$

Bad agreement with CLEO data for $\lambda_q^2 = 0.5 \text{ GeV}^2$

NLC SR Results vs NLO CLEO Constraints

[BMS, PRD (2003)]



 $\Leftrightarrow \lambda_q^2 = 0.4 \text{ GeV}^2,$
 $\delta_{\text{TW-4}}^2 = 0.19(2) \text{ GeV}^2$

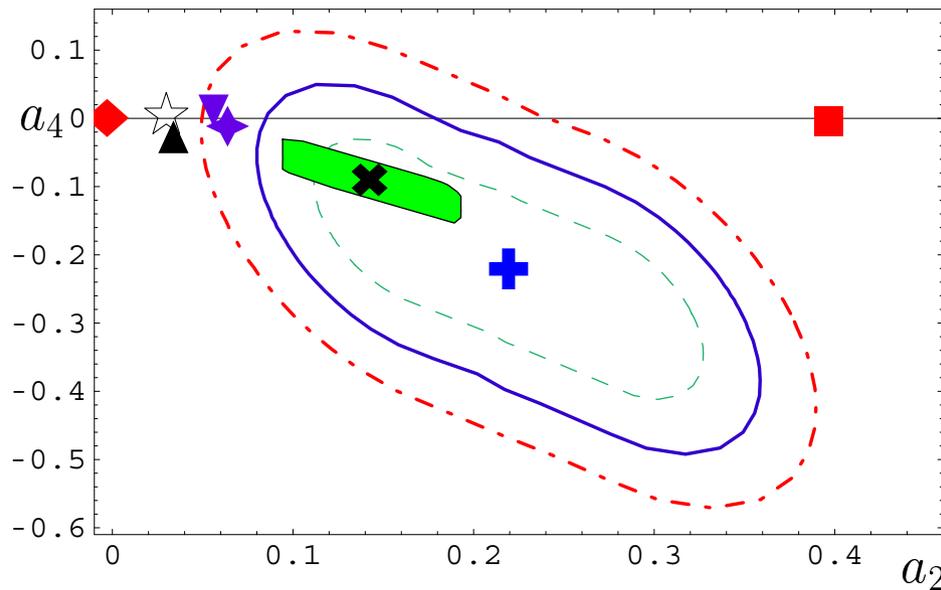
Reasonable agreement with CLEO data for
 $\lambda_q^2 = 0.4 \text{ GeV}^2$

NLC SR Results vs Revised CLEO Constraint

NLO Light-Cone SR \oplus Twist-4 \oplus ($\mu^2 = Q^2$)

BMS [PLB 578 (2004) 91]: $\lambda_q^2 = 0.4 \text{ GeV}^2$,

$\delta_{\text{Tw-4}}^2 = 0.19(4) \text{ GeV}^2$



- ◆ = Asymptotic DA
- ✖ = BMS model
- = CZ DA
- ⊕ = best-fit point
- ☆, ▲ and ◆ = instantons
- ▼ = transverse lattice

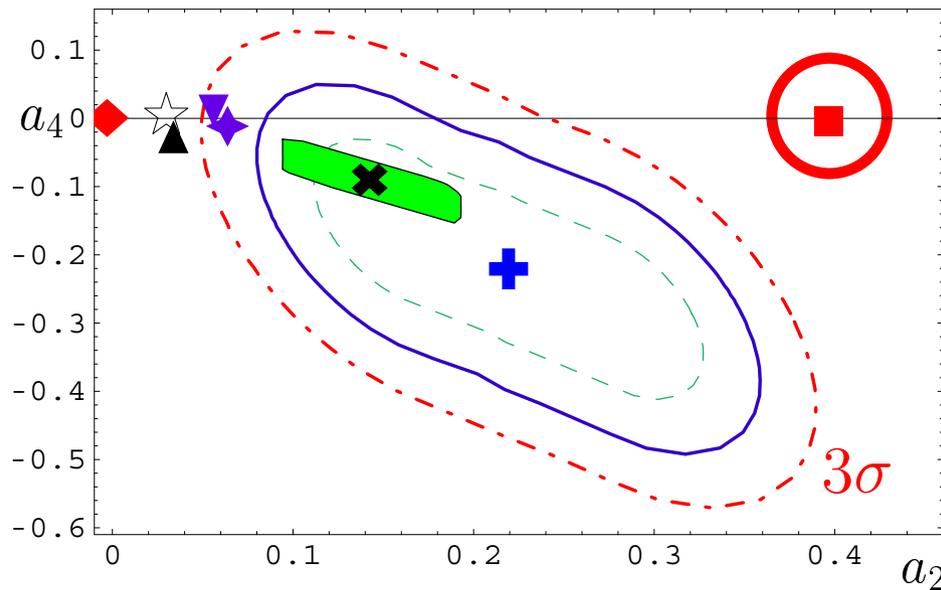
Even with 20% uncertainty in twist-4

NLC SR Results vs Revised CLEO Constraint

NLO Light-Cone SR \oplus Twist-4 \oplus ($\mu^2 = Q^2$)

BMS [PLB 578 (2004) 91]: $\lambda_q^2 = 0.4 \text{ GeV}^2$,

$\delta_{\text{Tw-4}}^2 = 0.19(4) \text{ GeV}^2$



- ◆ = Asymptotic DA
- ✖ = BMS model
- = CZ DA
- ⊕ = best-fit point
- ☆, ▲ and ◆ = instantons
- ▼ = transverse lattice

Even with 20% uncertainty in twist-4

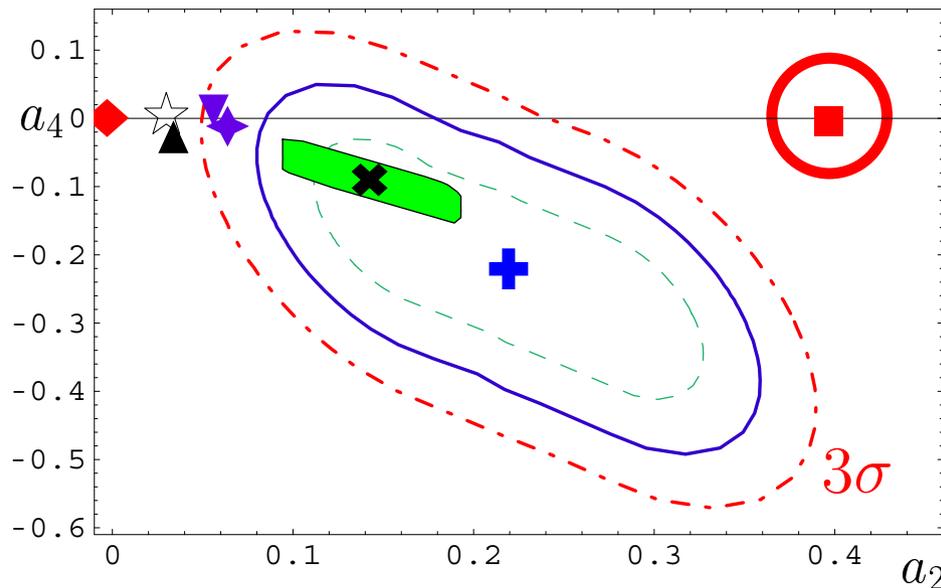
CZ DA **excluded** at least at 4σ -level! As DA – at 3σ -level.

NLC SR Results vs Revised CLEO Constraints

NLO Light-Cone SR \oplus Twist-4 \oplus ($\mu^2 = Q^2$)

BMS [PLB 578 (2004) 91]: $\lambda_q^2 = 0.4 \text{ GeV}^2$,

$\delta_{\text{Tw-4}}^2 = 0.19(4) \text{ GeV}^2$



- ◆ = Asymptotic DA
- ✖ = BMS model
- = CZ DA
- ⊕ = best-fit point
- ☆, ▲ and ◆ = instantons
- ▼ = transverse lattice

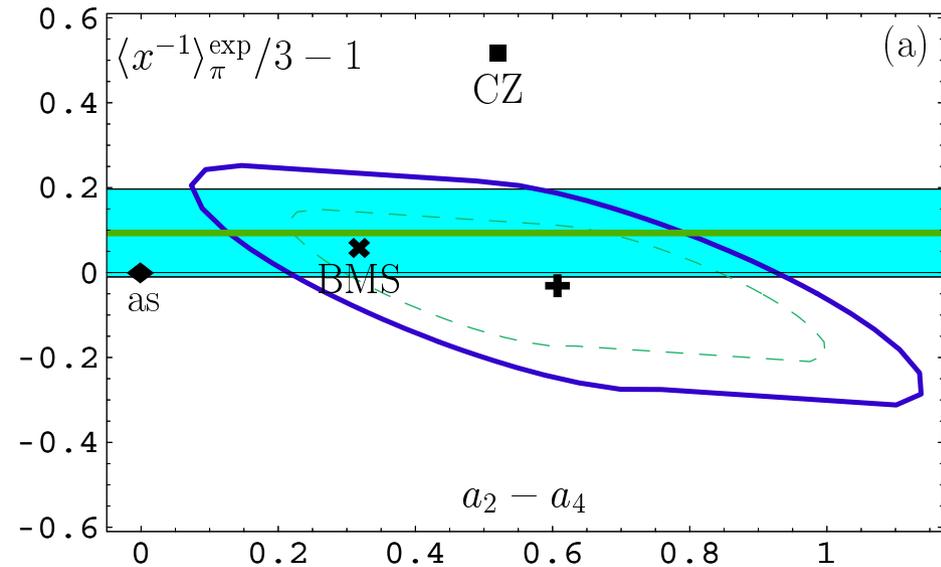
Even with 20% uncertainty in twist-4

CZ DA **excluded** at least at 4σ -level! As DA – at 3σ -level.

Other NP models are near 3σ -boundary.

New CLEO data constraints for $\langle x^{-1} \rangle_\pi$

BMS [PLB 578 (2004) 91]: evolution to $\mu^2 = 1 \text{ GeV}^2$



$$\lambda_q^2 = 0.4 \text{ GeV}^2,$$

$$\frac{1}{3} \langle x^{-1} \rangle_\pi^{\text{SR}} - 1 = 0.1 \pm 0.1 \text{ (cyan-strip)}$$

See also Bijnens&Khodjamirian
[EPJC (2002)]:

$$\frac{1}{3} \langle x^{-1} \rangle_\pi - 1 = 0.24 \pm 0.16$$

Again:

Good agreement of a theoretical “tool” of different origin with CLEO data

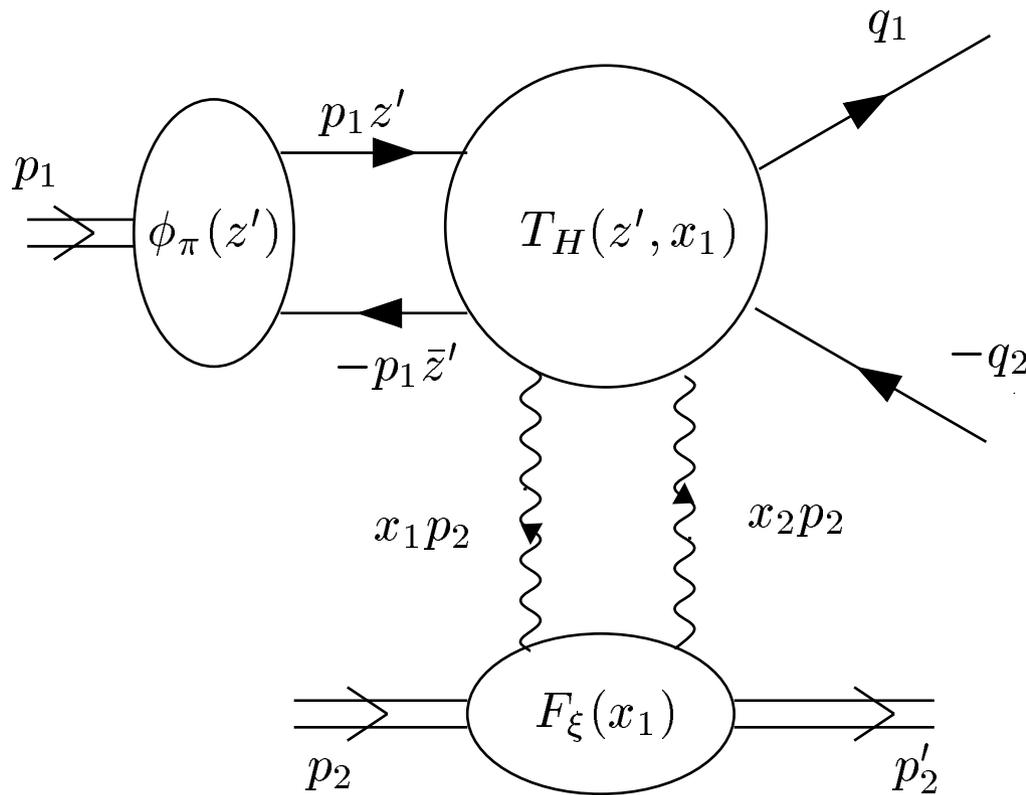
Diffraction Dijet Production

**What can add
E791 data**

E791: Diffractive dijet production

Frankfurt et al. [PLB (1993)]: Rough estimations

Braun et al. [NPB (2002)]: Account for hard GEXs

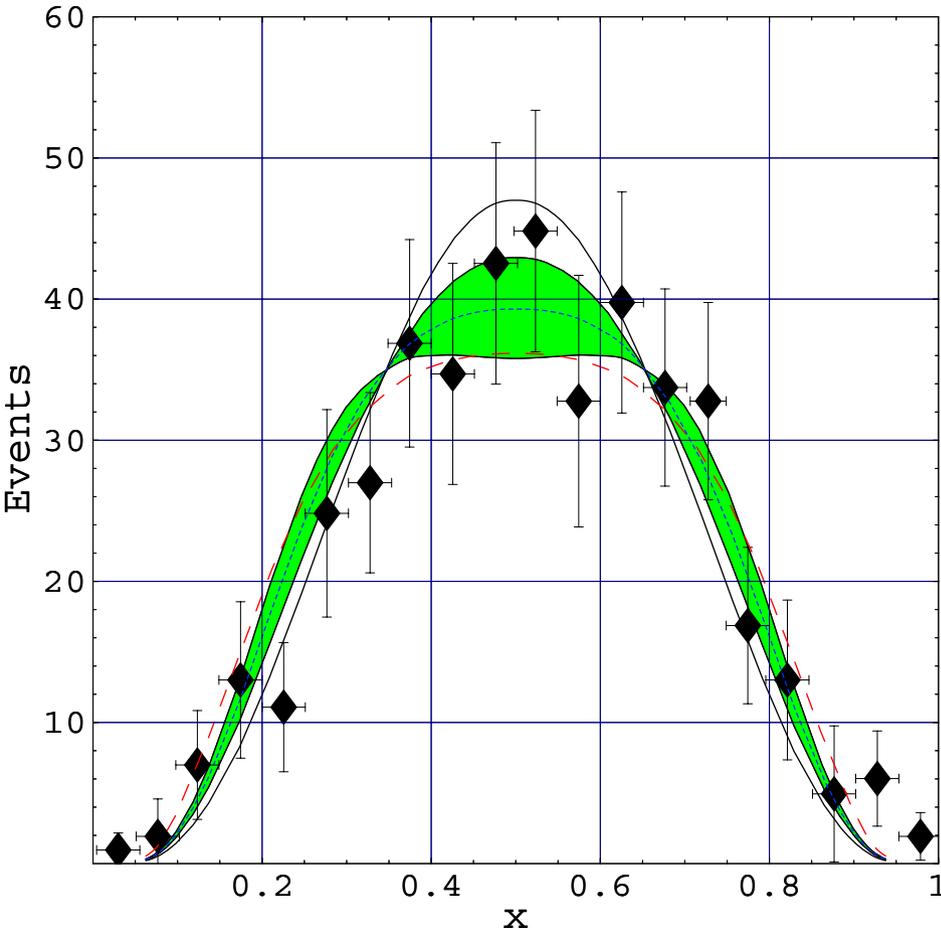


$$q_\perp^2 \simeq 4 \text{ GeV}^2$$
$$s \simeq 1000 \text{ GeV}^2$$

E791: Good agreement with BMS bunch

Following convolution procedure of Braun et al., we found

[PLB 578 (2004) 91]

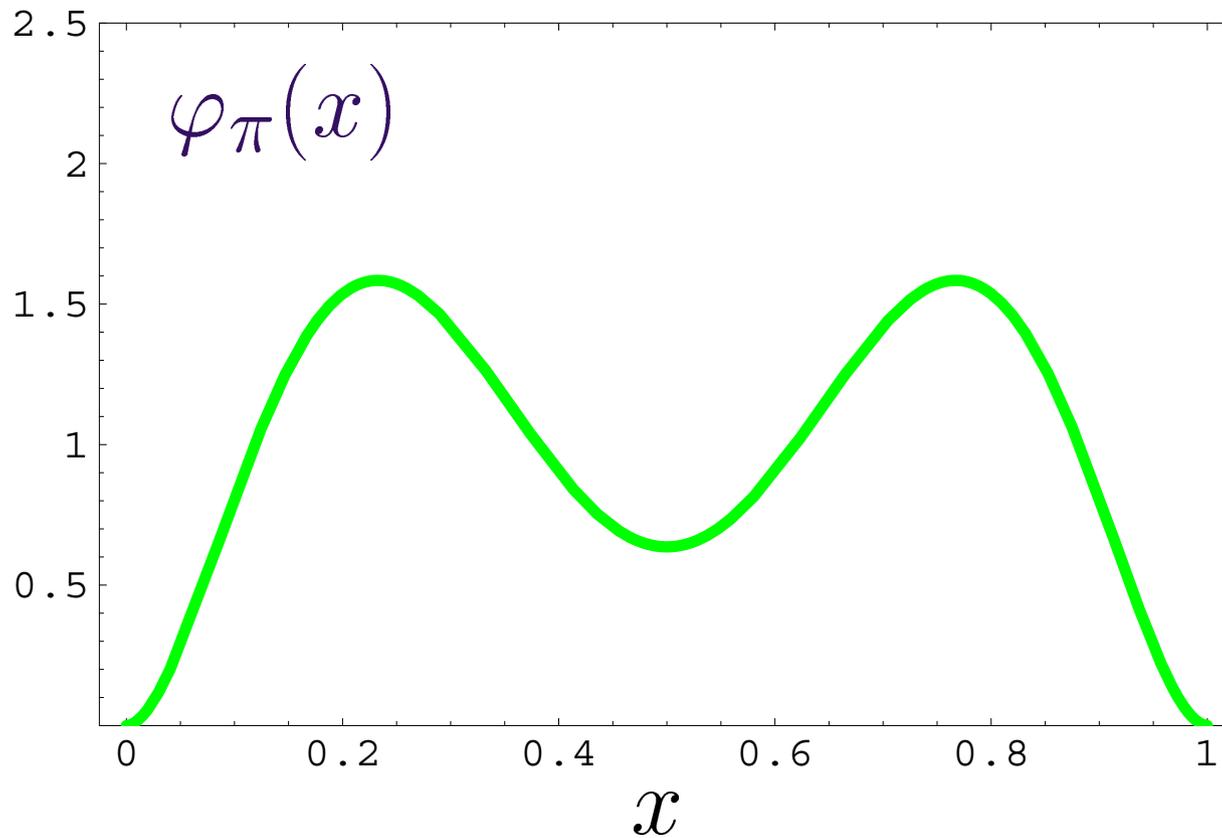


	DA	χ^2
—	Asymp.	12.56
■	BMS bunch	10.96
- - -	CZ	14.15

(accounting for 18 data points)

E791 has poor accuracy in end-point region, but...

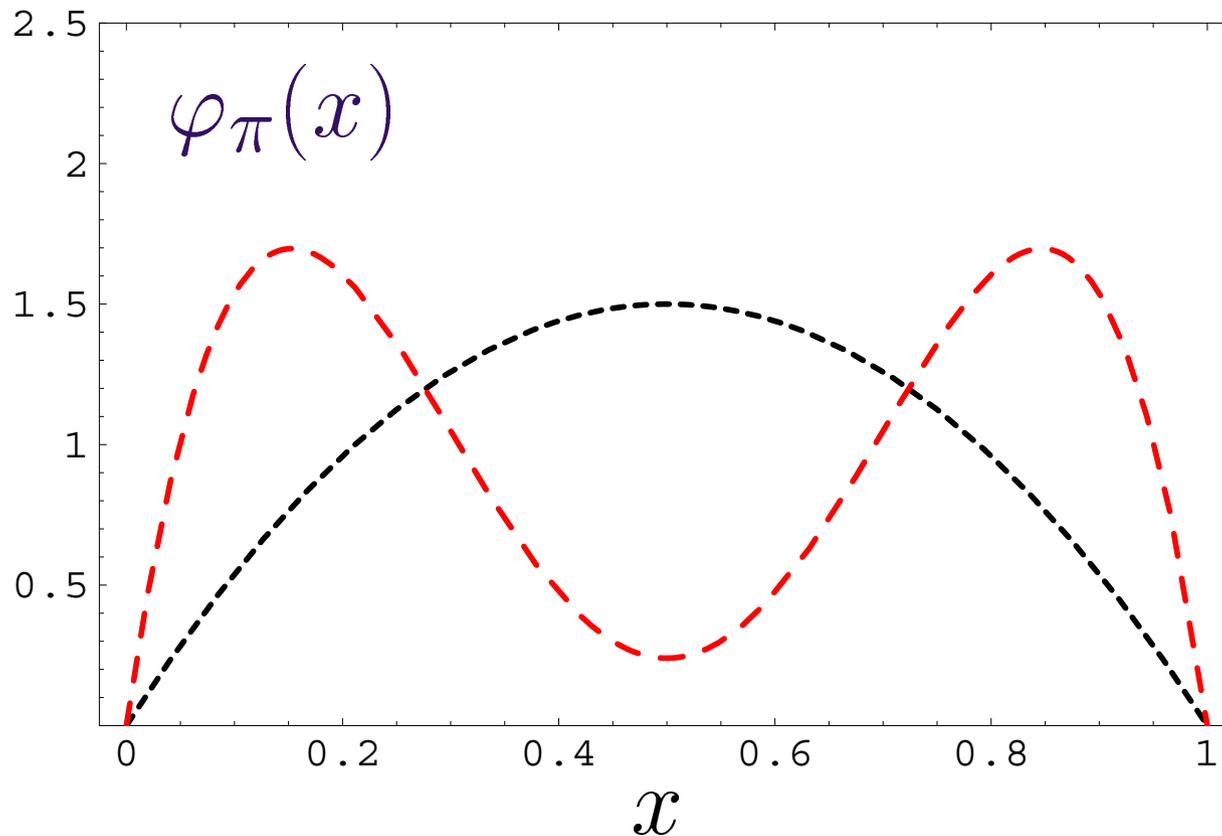
BMS vs CZ distribution amplitude



Curves	DAs
	CZ
	BMS

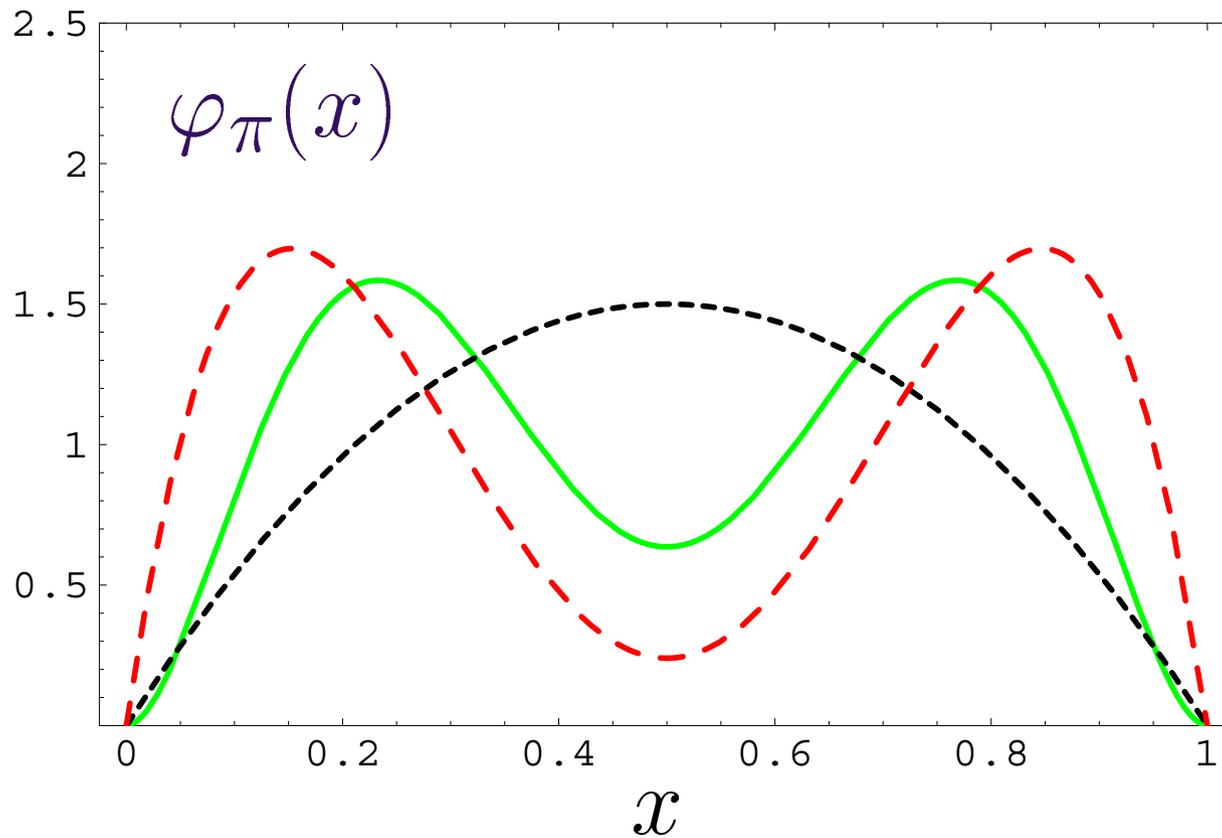
... **BMS DA is end-point suppressed!**

BMS vs CZ distribution amplitude



CZ DA: end-point enhancement

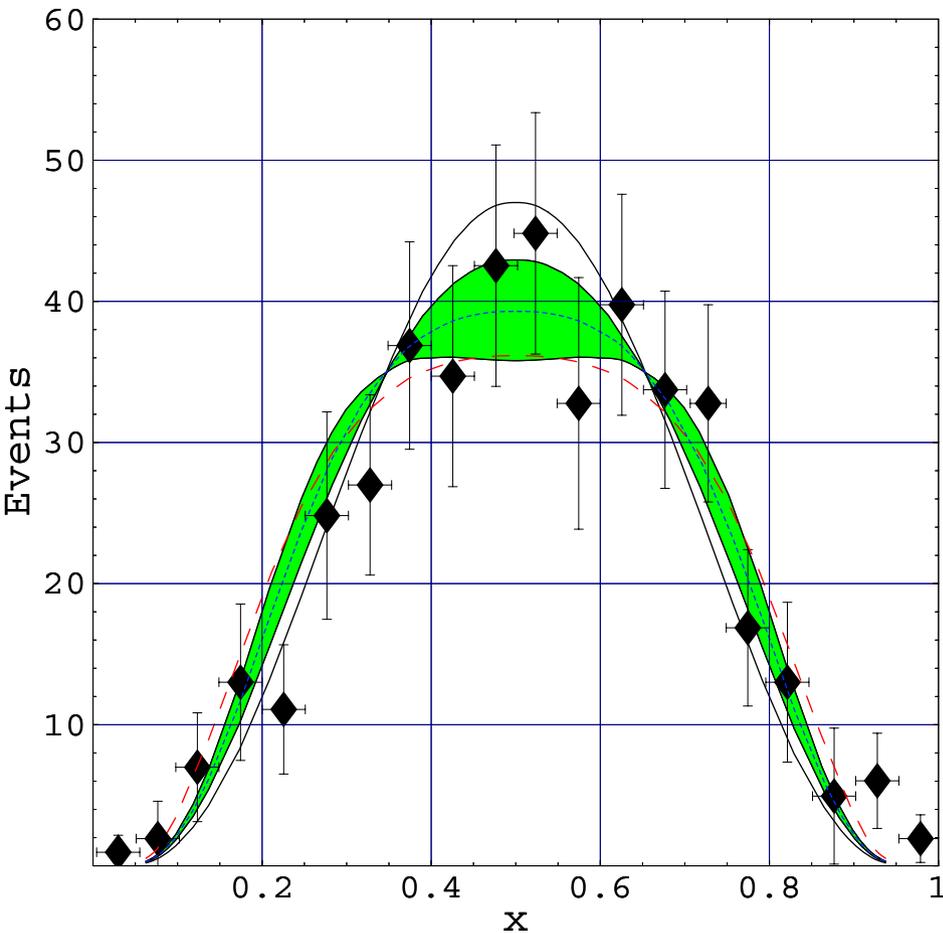
BMS vs CZ distribution amplitude



BMS bunch is 2-humped but end-point suppressed!

E791: Good agreement with BMS bunch

Our bunch of pion DAs has maximum uncertainty in the central region, but agrees well with E791 data!



[PLB 578 (2004) 91]

	DA	χ^2
—	Asymp.	12.56
—	BMS bunch	10.96
- - -	CZ	14.15

(accounting for 18 data points)

Pion EM form factor

**JLab data for pion EM FF
and
Analytic NLO pQCD**

Pion form factor in analytic NLO pQCD

• Naive Analytization

[Stefanis, Schroers, Kim, PLB 449 (1998) 299]

$$F_{\pi}^{\text{Fact}}(Q^2; \mu_{\text{R}}^2) = \bar{\alpha}_s^{(2)}(\mu_{\text{R}}^2) \mathcal{F}_{\pi}^{\text{LO}}(Q^2) + \frac{1}{\pi} \left[\bar{\alpha}_s^{(2)}(\mu_{\text{R}}^2) \right]^2 \mathcal{F}_{\pi}^{\text{NLO}}(Q^2; \mu_{\text{R}}^2)$$

Pion form factor in analytic NLO pQCD

● Naive Analytization

[Stefanis, Schroers, Kim, PLB 449 (1998) 299]

$$F_{\pi}^{\text{Fact}}(Q^2; \mu_{\text{R}}^2) = \bar{\alpha}_s^{(2)}(\mu_{\text{R}}^2) \mathcal{F}_{\pi}^{\text{LO}}(Q^2) + \frac{1}{\pi} \left[\bar{\alpha}_s^{(2)}(\mu_{\text{R}}^2) \right]^2 \mathcal{F}_{\pi}^{\text{NLO}}(Q^2; \mu_{\text{R}}^2)$$

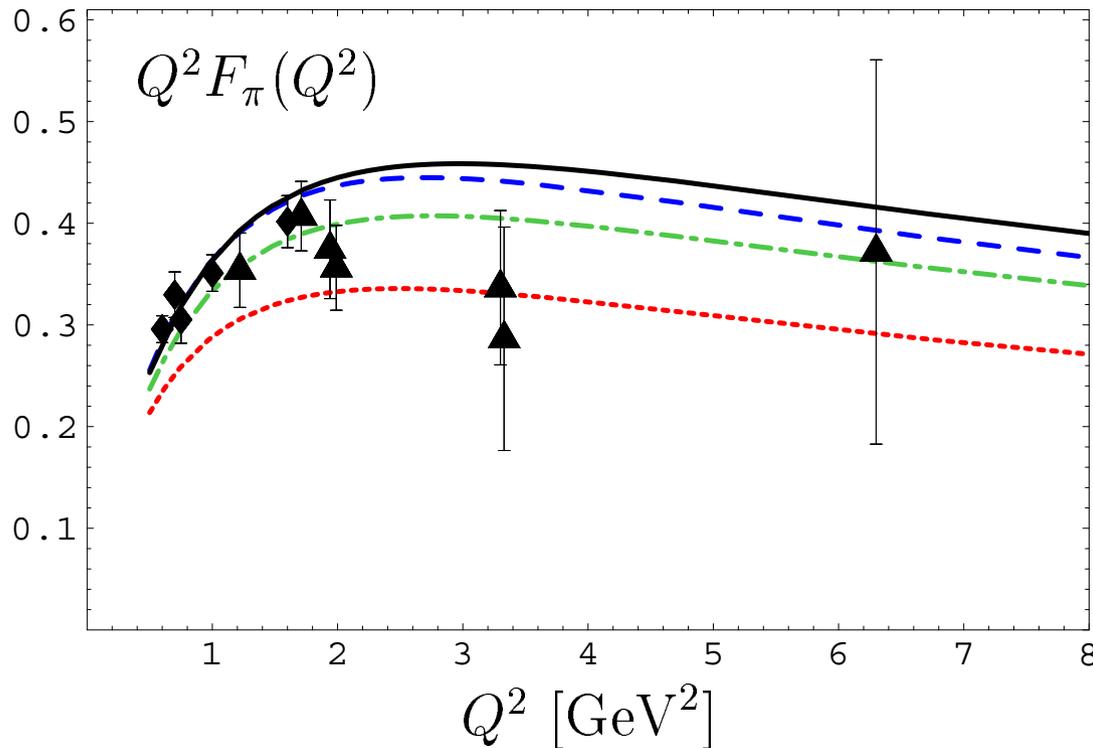
● Maximal Analytization

[Bakulev, Passek, Schroers, Stefanis, hep-ph/0405062]

$$F_{\pi}^{\text{Fact}}(Q^2; \mu_{\text{R}}^2) = \bar{\alpha}_s^{(2)}(\mu_{\text{R}}^2) \mathcal{F}_{\pi}^{\text{LO}}(Q^2) + \frac{1}{\pi} \left[\mathcal{A}_2^{(2)}(\mu_{\text{R}}^2) \right] \mathcal{F}_{\pi}^{\text{NLO}}(Q^2; \mu_{\text{R}}^2)$$

Pion form factor in analytic NLO pQCD

● Naive Analytization

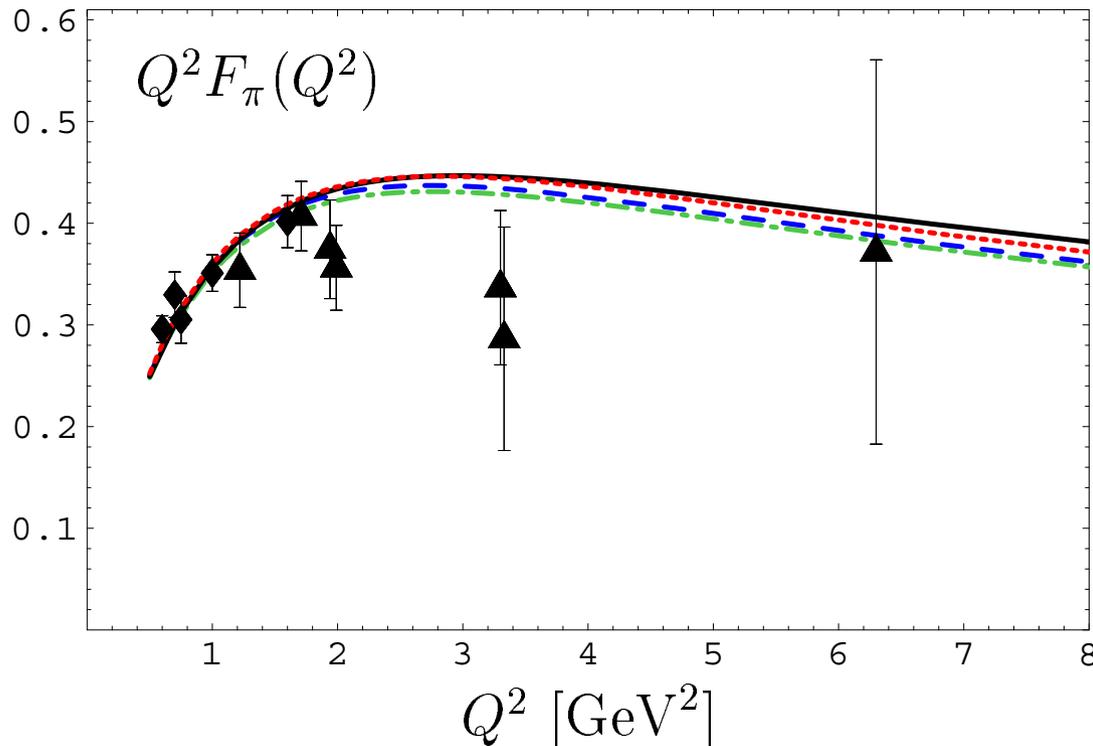


Curves	Schemes
—	$\mu_R^2 = 1 \text{ GeV}^2$
- - -	$\mu_R^2 = Q^2$
...	BLM scale
- . - .	α_V -scheme

Strong dependence on scheme/scale setting!

Pion form factor in analytic NLO pQCD

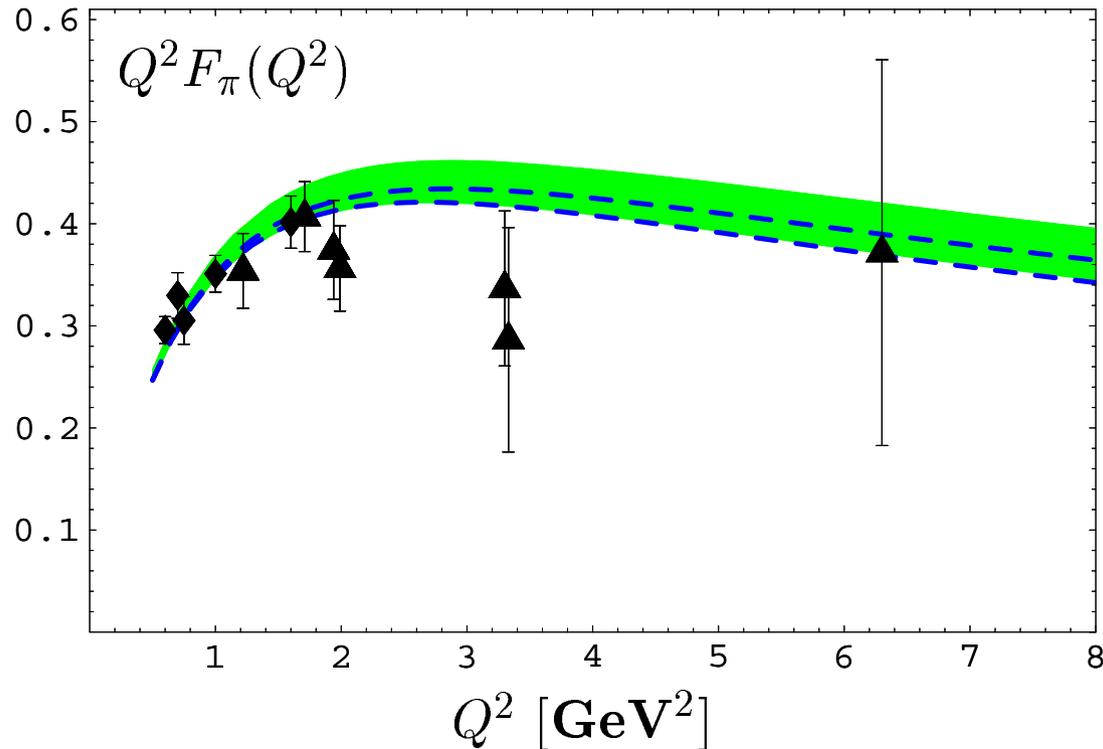
● Maximal Analytization



Curves	Schemes
—	$\mu_R^2 = 1 \text{ GeV}^2$
- - -	$\mu_R^2 = Q^2$
⋯	BLM scale
- · - ·	α_V -scheme

Practical independence on scheme/scale setting!

Pion FF in analytic NLO pQCD



Green strip contains

- NLC QCD SRs uncertainties
- scale-setting ambiguities at NLO level

CONCLUSIONS

- QCD SR method with NLC for pion DA gives us admissible sets (bunches) of DAs for each λ_q value.

CONCLUSIONS

- QCD SR method with NLC for pion DA gives us admissible sets (bunches) of DAs for each λ_q value.
- NLO LCSR method produces new constraints on pion DA parameters (a_2, a_4) in conjunction with CLEO data.

CONCLUSIONS

- QCD SR method with NLC for pion DA gives us admissible sets (bunches) of DAs for each λ_q value.
- NLO LCSR method produces new constraints on pion DA parameters (a_2, a_4) in conjunction with CLEO data.
- Comparing NLC SRs with new CLEO constraints allows to fix value of QCD vacuum nonlocality $\lambda_q^2 = 0.4 \text{ GeV}^2$.

CONCLUSIONS

- QCD SR method with NLC for pion DA gives us admissible sets (bunches) of DAs for each λ_q value.
- NLO LCSR method produces new constraints on pion DA parameters (a_2, a_4) in conjunction with CLEO data.
- Comparing NLC SRs with new CLEO constraints allows to fix value of QCD vacuum nonlocality $\lambda_q^2 = 0.4 \text{ GeV}^2$.
- This bunch of pion DAs agrees well with E791 data on diffractive dijet production and with JLab F(pi) data on pion EM form factor.

CONCLUSIONS

- QCD SR method with NLC for pion DA gives us admissible sets (bunches) of DAs for each λ_q value.
- NLO LCSR method produces new constraints on pion DA parameters (a_2, a_4) in conjunction with CLEO data.
- Comparing NLC SRs with new CLEO constraints allows to fix value of QCD vacuum nonlocality $\lambda_q^2 = 0.4 \text{ GeV}^2$.
- This bunch of pion DAs agrees well with E791 data on diffractive dijet production and with JLab F(pi) data on pion EM form factor.
- APT with non-power NLO for pion EM form factor diminishes scale-setting ambiguities already at NLO level, rendering still higher-order corrections virtually superfluous.

PROBLEMS

- Modelling NLC.

PROBLEMS

- Modelling NLC.
- Updating the case of ρ -meson.

PROBLEMS

- Modelling NLC.
- Updating the case of ρ -meson.
- Skewed distributions (at least for $x > \xi$).

PROBLEMS

- Modelling NLC.
- Updating the case of ρ -meson.
- Skewed distributions (at least for $x > \xi$).
- Nucleon?

PROBLEMS

- Modelling NLC.
- Updating the case of ρ -meson.
- Skewed distributions (at least for $x > \xi$).
- Nucleon?

Just for information:

We used **L^AT_EX** to generate this report. Details:

- install class **prosper** in your **L^AT_EX**
- then **L^AT_EX** → DviPS → Ps2Pdf